第 9 章　地下水（Ground Water）

第 9 章　地下水（Ground Water）

9.1　概　述

液体在孔隙介质中的流动称为渗流。如地下水运动。

（1）水在土壤中的状态

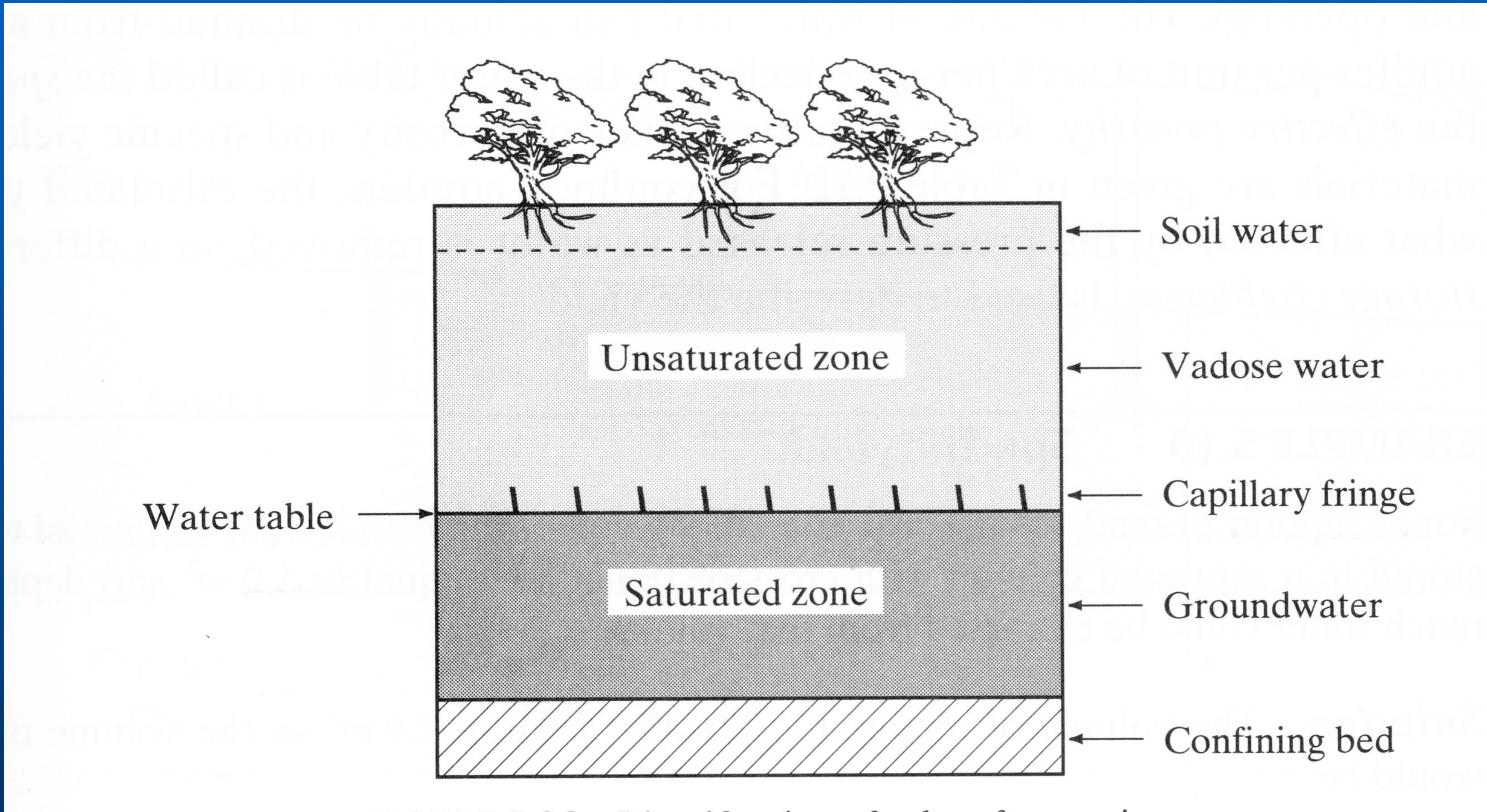
气态水—以蒸汽状态存在于土壤孔隙中；

薄膜水—以厚度为分子量级的膜包围土壤颗粒；

毛细水—通过毛细作用保持在土壤缝隙中；

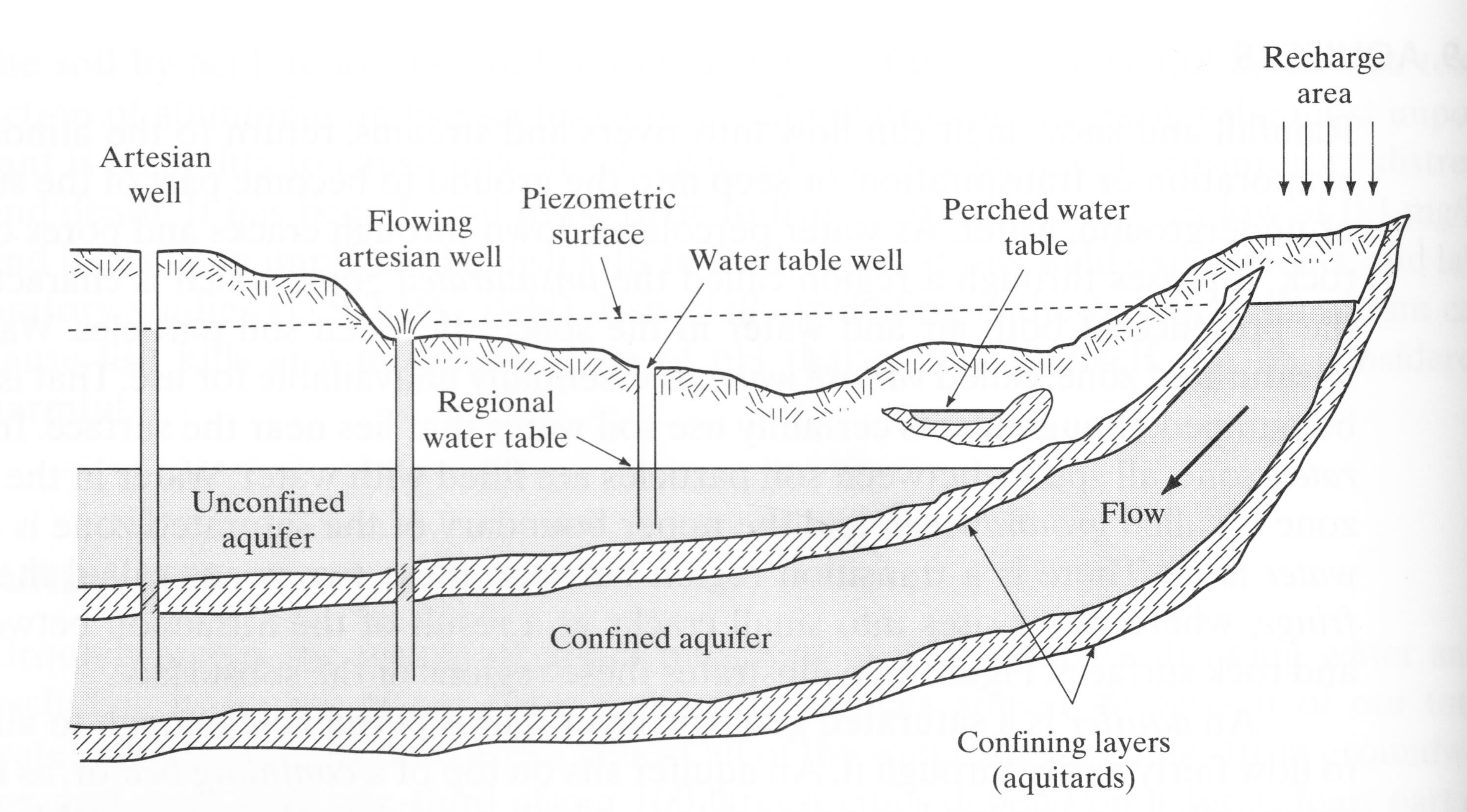
重力水—在重力作用下，可在土壤颗粒孔隙中运动。重力水是渗流理论研究的对象。

基本概念示意图 1



Source: Introduction to environmental engineering and science, 2nd Ed., by Masters, G. M., 1997, Prentice Hall.

基本概念示意图2


Recharge area
Artesian well
Flowing artesian well
Piezometric surface
Water table well
Perched water table
Regional water table
Unconfined aquifer
Flow
Confined aquifer
Confining layers (aquitards)

（2）渗流模型

由于土壤孔隙的形状、大小及分布等情况极为复杂，详细确定土壤孔隙中的运动将十分困难。因此，工程中以渗流微观运动的宏观结果为目的，引入渗流模型来代替实际流动。渗流模型指在渗流区域（液体与孔隙介质共同占有的空间）的边界条件保持不变、流量保持不变、流动阻力保持不变的前提下，略去全部土壤颗粒，认为液体充满渗流区。

若渗流模型中某一过水断面面积（包括渗流区域中的土壤颗粒截面积与孔隙面积）为 ΔA，通过的实际流量为 ΔQ，于是渗流模型断面平均速度可表示为

$$v = \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

实际流速：

$$v' = \frac{\Delta Q}{\Delta A'} = \frac{\Delta Q}{\Delta A} \frac{1}{\Delta A' / \Delta A} = \frac{1}{n} v$$

（3）渗流的分类

在渗流模型的基础上，按欧拉法，渗流可分为：
恒定渗流与非恒定渗流；
一元、二元、三元渗流；
均匀渗流与非均匀渗流；或渐变渗流与急变渗流；
无压渗流与有压渗流等等。

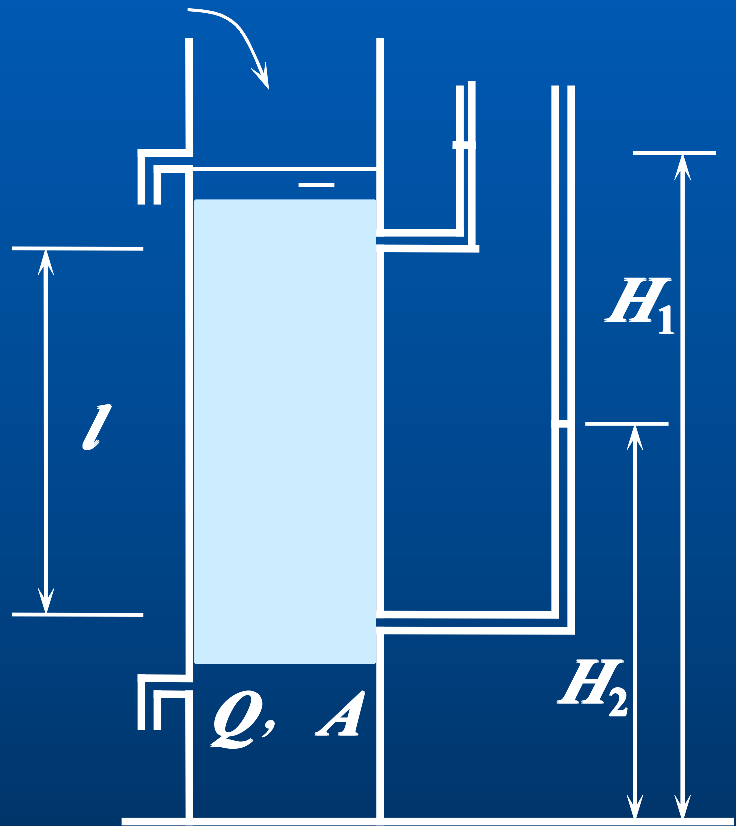
渗流速度很小，流速水头可以忽略不计。于是过水断面的总水头等于测压管水头，测压管的水头差就是水头损失，测压管的水头线的坡度就是水力坡度。

9.2 渗流的达西定律

达西（**Darcy**）于**1852**年通过实验研究，总结出了渗流水头损失与渗流速度之间的关系，后人称之为达西定律。

设一均匀渗流装置，水经过长为 l 的砂滤层后，测压管水头由 H_1 减小为 H_2，于是其间的水力坡度 J 可表示为

$$J=\frac{h_l}{l}=\frac{H_1-H_2}{l}$$



达西通过实验得出，圆筒内的渗流量 Q 与渗流模型过水断面面积 A 及水力坡度 J 成正比，与土壤的透水性能有关，即

$$Q = kAJ$$

或

$$v = \frac{Q}{A} = kJ$$

式中　v—渗流断面平均速度，即渗流模型速度，m/s；

k—反映土壤性质和流体性质的系数，称为渗透系数，m/s。

渗透系数的确定方法：

1.　实验室确定法
2.　经验法
3.　现场测定法

达西定律的适用范围：

$$\mathrm{Re}_d = \frac{vd}{\upsilon}$$

d：土壤颗粒的平均粒径。

9.3 地下水的渐变渗流与杜比公式

1857年，法国学者杜比（Dupuit）在达西定律的基础上提出了渐变渗流的渗流定律—杜比公式。

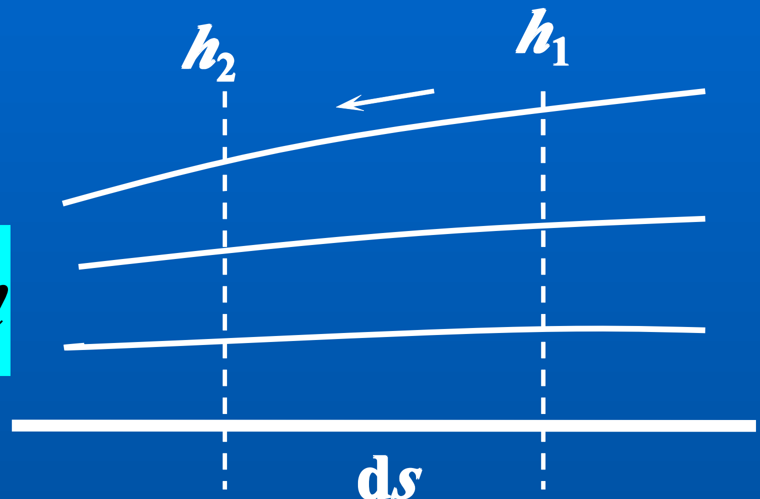
The **Dupuit assumption** holds that groundwater moves horizontally in an unconfined aquifer, and that the groundwater discharge is proportional to the saturated aquifer thickness.

无压渗流：具自由液面，相当于地下水的明渠流。
有压渗流：不具有自由液面，处于两不透水层之间，相当于地下水的管道流。

$$q = vh = kJh = -k\frac{dh}{dL}h$$

杜比假设实际上就是将适用于均匀渗透流的达西公式推广至渐变渗透流。

取渐变渗流。相距 ds 的两过流断面测压管水头 H_1 与 H_2，水头损失为



$$h_f = h_1 - h_2 = -(h_2 - h_1) = -\mathrm{d}h$$

由于是渐变流，两断面间各流线长度皆近似于 ds，于是过流断面上各点的水力坡度近似相等，即

根据达西定律

$$J = -\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s}$$

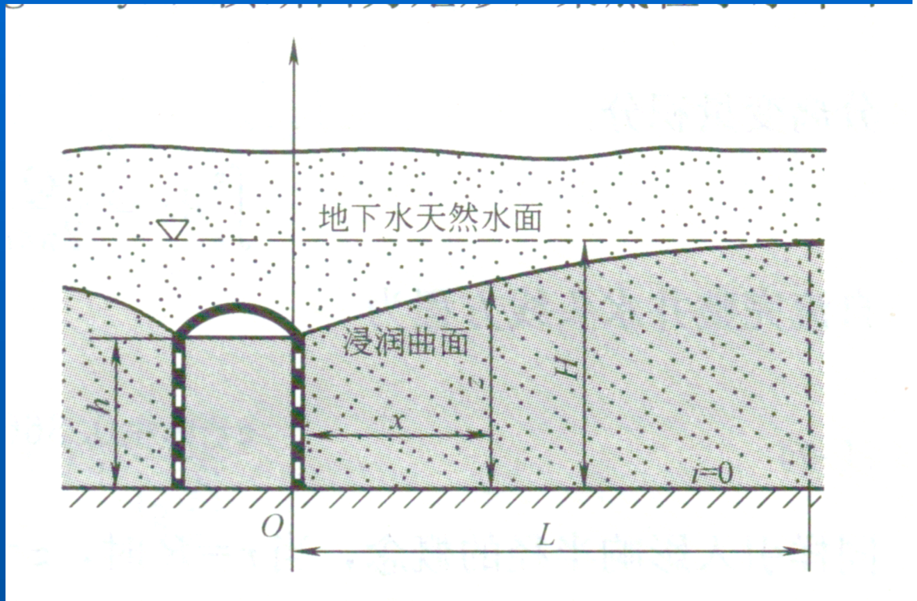
$$v = u = kJ$$

渐变渗流过流断面上各点流速或断面平均流速可表示为

$$v = u = -k\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s}$$

称为杜比公式。

渗渠：若水道为矩形，宽度为B



则单宽流量

$$q = vh = kh\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}l}$$

$$q\int_{l_1}^{l_2} dl = k\int_{h_1}^{h_2} hdh$$

$$q = \frac{k(h_2^2 - h_1^2)}{2(l_2 - l_1)}$$

$$v = u = k\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}l}$$

9.4 无压渐变渗流的基本方程及浸润面分析

9.4.1 基本方程

$$J=-\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}s}=-\frac{d(h+z)}{ds}=i-\frac{dh}{ds}$$

$$Q=kA(i-\frac{dh}{ds})$$

$$v=k(i-\frac{dh}{ds})$$

底坡有顺坡、平坡及逆坡

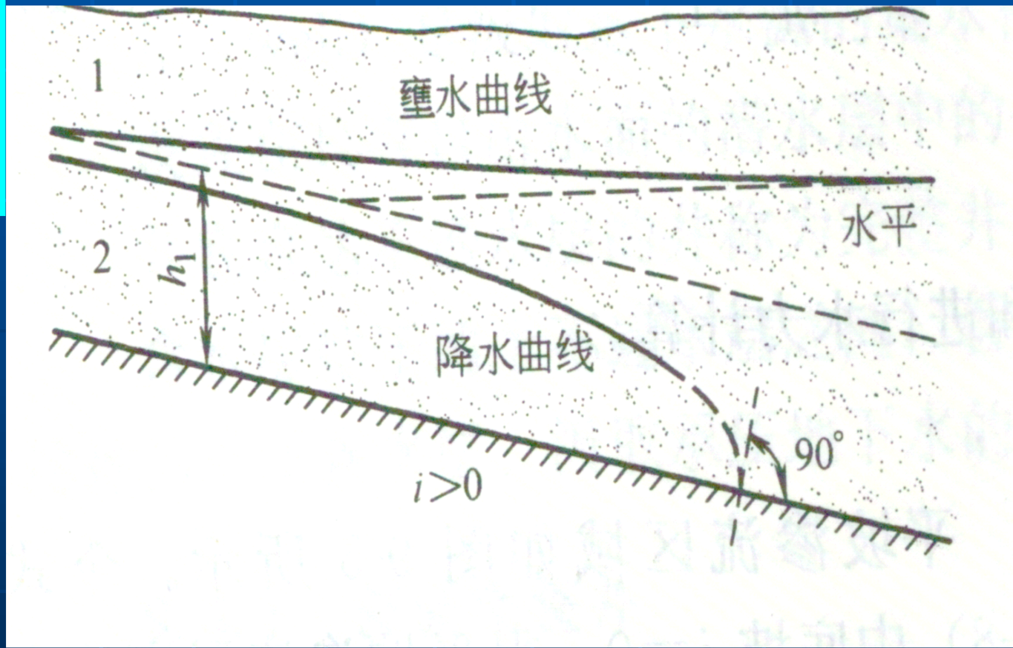
9.4.2 浸润面分析

$$Q = kA(i - \frac{dh}{ds})$$

a) 顺坡 (i>0)：仅顺坡时存在均匀流，有正常水深。设均匀流是过水断面面积为A_n，实际渗流过水断面面积为A。只有二分区，分别为壅水及降水曲线。

$$Q = kA_n i = kA(i - \frac{dh}{ds})$$

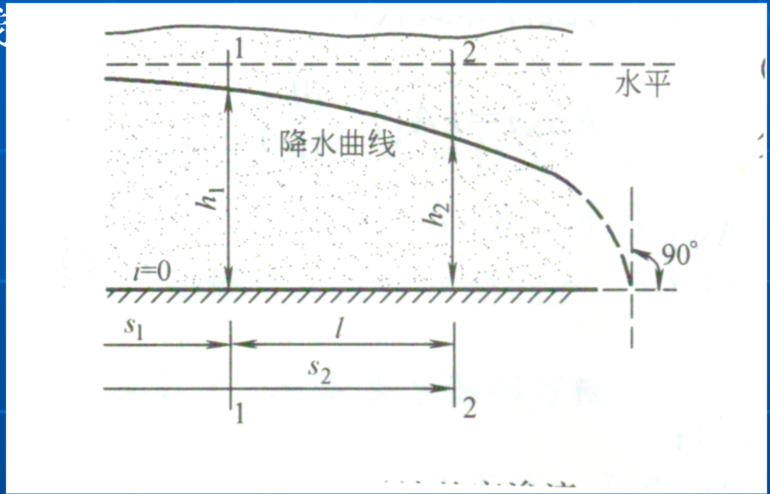
$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s} = i(1 - \frac{A_n}{A})$$



$$Q = kA(i - \frac{dh}{ds})$$

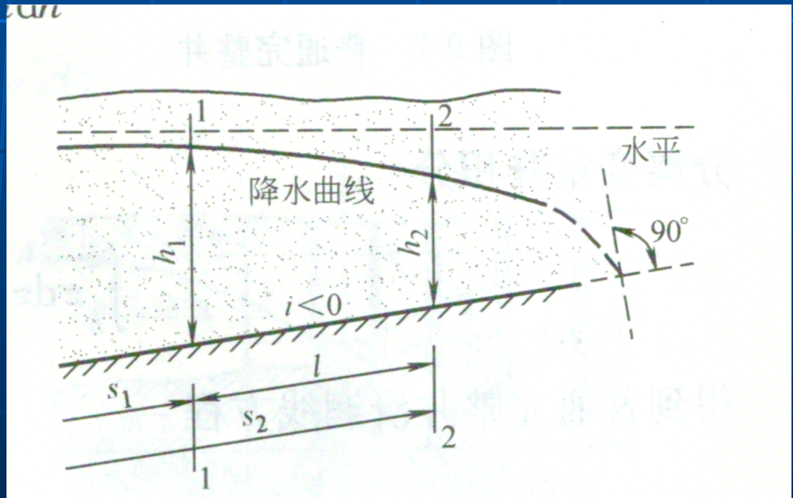
b) 平坡 (i=0)： 不存在均匀流，只能为降水曲线

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s} = -\frac{Q}{kA}$$



c) 逆坡 (i<0)：浸润面也只能为降水曲线。

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s} = i - \frac{Q}{kA}$$

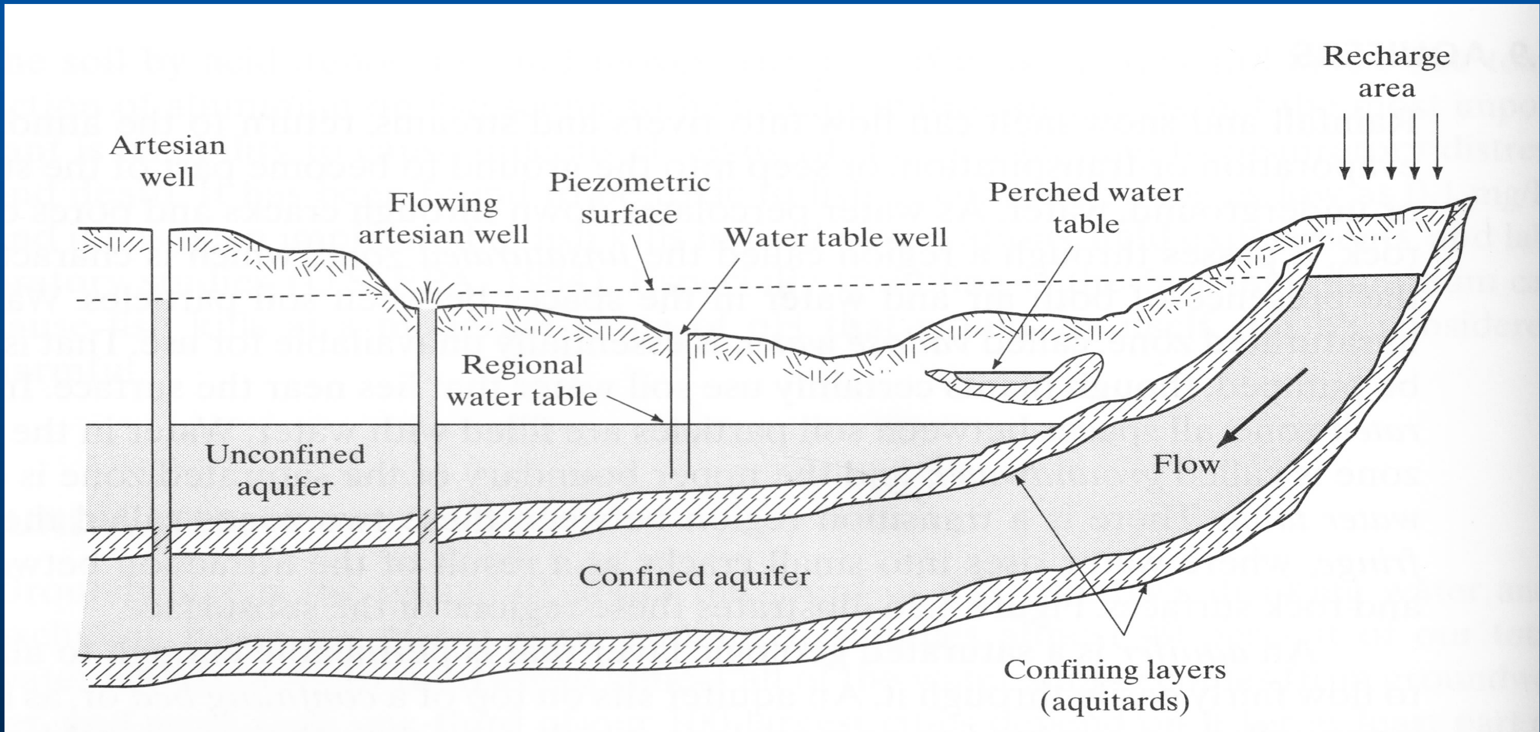


9.5 井与井群

井为汲取地下水或向地下排水的集水构筑物。

设置在具有自由水面的*潜水层*中的井，称为普通井或*潜水井*。贯穿整个含水层，井底直达不透水层的称为完整井，否则为不完整井。

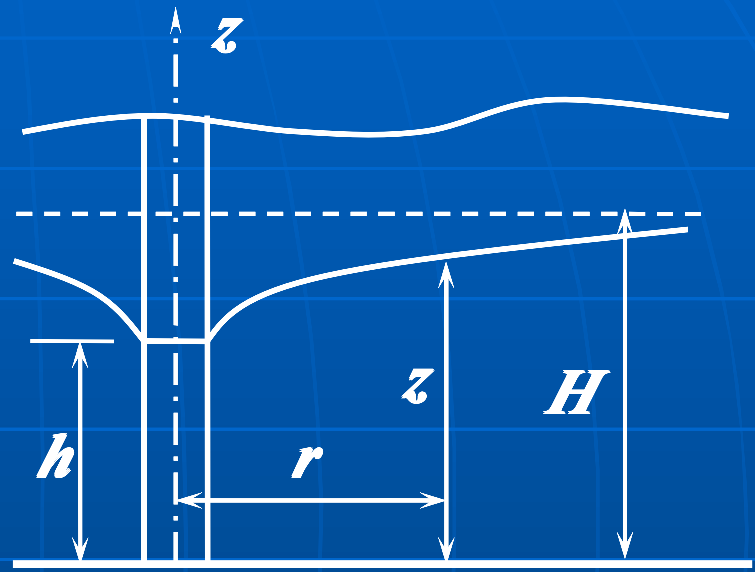
位于两个不透水层之间，且顶面的压强大于大气压的含水层为*承压含水层*，设置在其中的井又称为*承压井*或自流井。



9.5.1 普通完整井/潜水完整井

取普通完整井，井的半径为 r_0，含水层厚度为 H，取水后，形成对称于井轴的漏斗形浸润面。流动为渐变流。

取距井轴为 r，浸润面高为 z 的圆柱形过水断面，根据杜比公式：



$$v=-k\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}s}$$

将 $\mathrm{d}z=\mathrm{d}H$ 和 $\mathrm{d}r=-\mathrm{d}s$ 代入，得

$$v=k\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}r}$$

渗流量

$$Q=Av=2\pi rzk\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}r}$$

分离变量，积分

$$\int_h^z 2z\mathrm{d}z=\int_{r_0}^{r}\frac{Q}{\pi k}\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

得普通完整井浸润线方程

$$z^2-h^2=\frac{Q}{\pi k}\ln\frac{r}{r_0}$$

或

$$z^2-h^2=\frac{0.732Q}{k}\lg\frac{r}{r_0}$$

虽然浸润线以取水前的地下水面为渐近线，但从工程角度，渗流区内存在一个影响半径 ***R***，***R*** 以外的地下水位不受影响，即当 $r=R$ 时，$z=H$。代入上式得井的产水量：

$$Q=1.366\frac{k\left(H^2-h^2\right)}{\lg\frac{R}{r_0}}$$

影响半径可通过现场抽水试验或经验公式求得。

$$R=3000(H-h_0)\sqrt{k}$$

$$R=575(H-h_0)\sqrt{kH}$$

例题9-1 一普通完整井半径r0=0.1m, 含水层厚度H=8m，土壤的渗透系数k=0.001m/s, 抽水时井中水深h=3m。求产水量。

解：影响半径

$$R = 3000(H - h_0)\sqrt{k}$$
$$= 3000(8-3)\sqrt{0.001} = 474.3(m)$$

$$Q = 1.366\frac{k\left(H^2 - h^2\right)}{\lg\frac{R}{r_0}} = 1.366\frac{0.001(8^2 - 3^2)}{\lg(474.3/0.1)} = 0.02(m^3/s)$$

9.5.2 自流完整井

设M为均匀承压含水层厚度

$$v = kJ = k\frac{dz}{dr}$$

$$Q = Av = 2\pi rMk\frac{dz}{dr}$$

积分得浸润线方程

$$z - h = \frac{0.366Q}{kM}\lg\frac{r}{r_0}$$

产水量

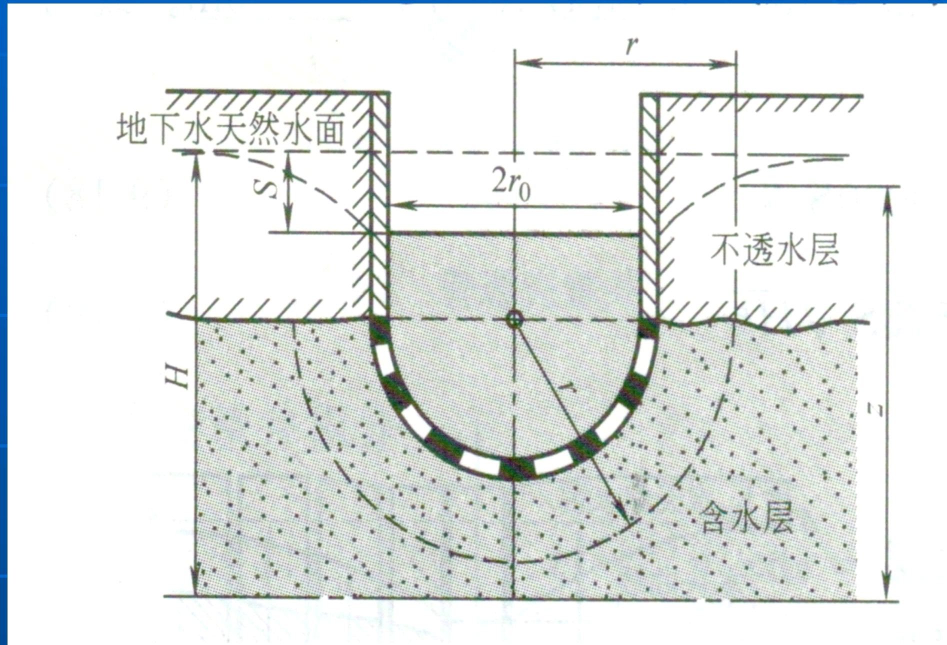
$$Q = 2.732\frac{kM(H-h)}{\lg\dfrac{R}{r_0}}$$

9.5.3 浅水层大口不完全井

设井底渗水面为一半圆，其半径为r

$$v = kJ = k\frac{dz}{dr}$$

$$Q = Av = 2\pi r^2 k\frac{dz}{dr}$$



产水量

$$Q\int_{r_0}^{R}\frac{dr}{r^2} = 2\pi k\int_{h_0}^{H} dz$$

$$Q\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}\right) = 2\pi k(H - h_0)$$

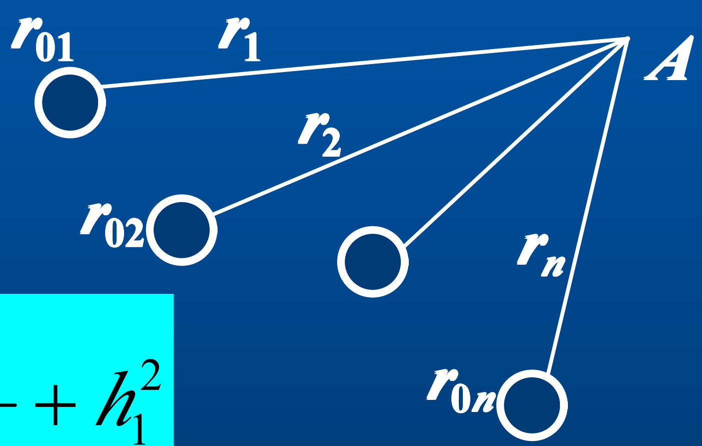
$$Q \approx 2\pi k r_0 S$$

9.5.4 井群

井群指相互影响的联合工作的多个井的组合。

根据单井的类型，井群也分为潜水井群和承压井群。

设由n个普通完整井组成的井群，各井的半径、产水量、到某点的距离分别为 r_{01}、$r_{02}\ldots r_{0n}$；Q_1、$Q_2\ldots Q_n$；r_1、$r_2\ldots r_n$。各井单独工作时，井内水深分别为 h_1、$h_2\ldots h_n$，在A点的水头分别为 z_1、$z_2\ldots z_n$，于是各单井得浸润线方程为：



$$z_1^2 = \frac{0.732Q_1}{k}\lg\frac{r_1}{r_{01}} + h_1^2$$

…

$$z_i^2 = \frac{0.732Q_i}{k}\lg\frac{r_i}{r_{0i}} + h_i^2$$

各井同时抽水时，在A点形成共同的水头高度 z。根据势流叠加原理，井群在A点的 z^2 等于各单井单独在A点的 z_i^2 的叠加，即

$$z^2=\sum_{i=1}^{n} z_i^2=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{0.732Q_i}{k}\lg\frac{r_i}{r_{0i}}+h_i^2\right)$$

若各井抽水情况相同，即 $Q_1=Q_2=\ldots=Q$， $h_1=h_2=\ldots=h_n$

$$z^2=\frac{0.732Q}{k}\left[\lg(r_1r_2\ldots r_n)-\lg(r_{01}r_{02}\ldots r_{0n})\right]+nh^2$$

$$H^2=\frac{0.732Q}{k}\left[n\lg R-\lg(r_{01}r_{02}\ldots r_{0n})\right]+nh^2$$

若考虑影响半径，Q_0=nQ为总流量，则得潜水井群浸润面方程

$$z^2=H^2-\frac{0.732Q_0}{k}\left[\lg R-\frac{1}{n}\lg(r_1r_2\ldots r_n)\right]$$

对于承压井群，有

$$z=H-\frac{0.366Q_0}{kM}\left[\lg R-\frac{1}{n}\lg(r_1r_2\ldots r_n)\right]$$

9.6 地下水基本微分方程

9.6.1 基本微分方程

地下水流动满足不可压缩流体的连续性方程

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0$$

设各方向的渗透系数分别为k_x, k_y, k_z 由达西定理

$$u_x=-k_x\frac{\partial H}{\partial x},\quad u_y=-k_y\frac{\partial H}{\partial y},\quad u_z=-k_z\frac{\partial H}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-k_x\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(-k_y\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(-k_z\frac{\partial H}{\partial z}\right)=0$$

设渗透系数各方向上相等

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}=0$$

$$\nabla^2 H=0$$

流速矢量与等势面（等水头面垂直）。

9.6.2 地下水基本微分方程的边界条件

1. 不透水边界：沿法线方向流速为零 $$u_n = \frac{\partial H}{\partial n} = 0$$
2. 透水边界：有水流渗入获渗出，是条等水头面 H = constant
3. 浸润面边界：地下水的自由表面water table, 为流线面. $P=p_a$, $u_n = 0$.
4. 溢出边界：p = pa, 水头随高程而变，不是等势面，也不是流线面。

9.7 流网

地下水流是一种无旋流，其流线和等势面均可用拉普拉斯方程来表示，互相垂直。流网即是由流域内一组流线和另一组与其相正交的等势线所组成。

画出流网的方法有：

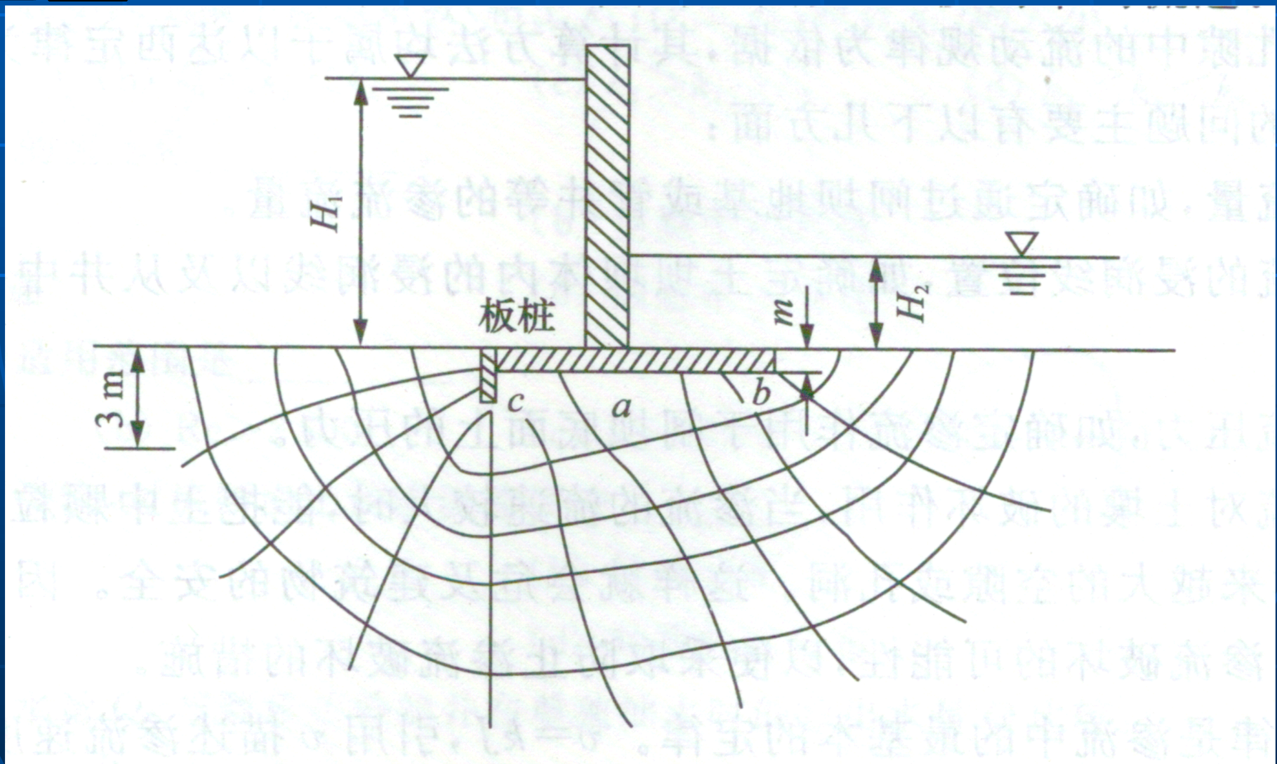
解析法

作图法

实验法

9.7.1 流网的绘制

1. 根据边界条件确定典型的流线及等势线。
2. 按光滑正交的特性绘制的流线及等势线，注意使网格大小尽可能均匀适中，其对角线也互相垂直。



9.7.2 依据流网的计算

两条等势线间的水头差相等。若为均匀网格，总水头**H**，等势线总数**m**，则两等势线间的水头差为

$$\Delta H=\frac{H}{m-1}$$

该处渗流流速

$$v=kJ=k\frac{\Delta H}{\Delta L}$$

该处单宽流量

$$\Delta q=v\Delta h=k\frac{\Delta H}{\Delta L}\Delta h$$

总单宽流量

$$q=kH\frac{n-1}{m-1}\frac{\Delta h}{\Delta L}$$

内部任意点n处的压强p_n

$$P_n = (h_n - h_f)\gamma$$

例题9.2 如图示水坝的两端水面高程差为H=10m，k=0.6m/d;设流网为正方形网格，试算渗流的单宽流量。
解：有5条流线，9条等势线

$$q = kH\frac{n-1}{m-1}\frac{\Delta h}{\Delta L} = 0.6m/d \times 10m \times \frac{5-1}{9-1} \times 1 = 3m^2/d$$

例题9.3 如图示水坝的上游水深H1=10m，下游水深H2=5m，k=0.01cm/s, 求a,b,c 三点的压强及ab段平均流速。坝底厚度y=1m, c点位于水下3m。
解：11条等势线

$$\Delta h = \frac{H_1 - H_2}{m-1} = \frac{15-5}{11-1} = 1m$$

$$H_a = H_1 - 6\Delta h = 15 - 6\times 1 = 9(m)$$

$$H_b = H_1 - 7\Delta h = 15 - 7\times 1 = 8(m)$$

$$H_c = H_1 - 5\Delta h = 15 - 5\times 1 = 10(m)$$

$$p_a = \gamma(H_a + y) = 10^5 N/m^2$$

$$p_b = \gamma(H_b + y) = 8\times 10^4 N/m^2$$

$$p_c = \gamma(H_c + y_c) = 10^4 N/m^3 (10+3)m = 1.3\times 10^5 Pa$$

$$v_{ab} = kJ = k\frac{\Delta h}{\Delta L} = 10^{-4} m/s \frac{1}{3} = 3.33\times 10^{-5} m/s$$