8-1 解题过程：

（1）$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n z^{-n}=\frac{z}{z-\frac{1}{2}}\left(|z|>\frac{1}{2}\right)$

（2）$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(-\frac{1}{4}\right)^n u(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{4}\right)^n z^{-n}=\frac{z}{z+\frac{1}{4}}\left(|z|>\frac{1}{4}\right)$

（3）$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{-n} u(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}z\right)^{-n}=\frac{z}{z-3}\left(|z|>3\right)$

（4）$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n u(-n)z^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{0}\left(\frac{1}{3}z^{-1}\right)^n=-\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}z^{-1}\right)^n=-\frac{z}{z-\frac{1}{3}}\left(|z|<\frac{1}{3}\right)$

（5）$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[-\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)\right]z^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{-1}\left[-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]z^{-n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left[-(2z)^n\right]$

$$=1-\sum_{n=0}^{\infty}(2z)^n=1-\frac{1}{1-2z}=\frac{-2z}{1-2z}=\frac{z}{z-\frac{1}{2}}\left(|z|<\frac{1}{2}\right)$$

（6）$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(n+1)z^{-n}=z\left(|z|<+\infty\right)$

（7）$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n\left[u(n)-u(n-10)\right]z^{-n}$

$$=\sum_{n=0}^{9}\left(\frac{1}{2}\right)^n z^{-n}$$

$$=\frac{1-\left(\frac{1}{2}z^{-1}\right)^{10}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\left(|z|>0\right)$$

由于$\frac{1-\left(\frac{1}{2}z^{-1}\right)^{10}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}=\frac{z^{10}-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{z^9\left(z-\frac{1}{2}\right)}$故极点为$z=0$（9 阶），$z=\frac{1}{2}$（1 阶）

零点由$z^{10}-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=0$可求得。

令 $z=re^{j\omega_0}$ 代入有

$\left(re^{j\omega_0}\right)^{10}=\left(\frac{1}{2}\right)^{10}e^{j2k\pi}$ 于是 $re^{j\omega_0}=\frac{1}{2}e^{j\frac{2k\pi}{10}}\left(k=0,1,2,\cdots 9\right)$

所以零点　　$z=\frac{1}{2}e^{j\frac{2k\pi}{10}}\left(k=0,1,2,\cdots 9\right)$

又 $z=\frac{1}{2}$ 出零极点抵消，故收敛域为 $|z|>0$ 。

（8）$X\left(z\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u\left(n\right)+\left(\frac{1}{3}\right)^{n}u\left(n\right)\right]z^{-n}$

$$=\frac{z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{z}{z-\frac{1}{3}}$$

$$=\frac{z\left(2z-\frac{5}{6}\right)}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)}\left(|z|>\frac{1}{2}\right)$$

（9）$X\left(z\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\delta\left(n\right)-\frac{1}{8}\delta\left(n-3\right)\right]z^{-n}=1-\frac{1}{8}z^{-3}\left(|z|>0\right)$

8-5 解题过程：

（1）$X\left(z\right)=\frac{1}{1+0.5z^{-1}}=\frac{z}{z+0.5}$　　　　　$x\left(n\right)=\left(-0.5\right)^{n}u\left(n\right)$

（2）$X\left(z\right)=\frac{1-0.5z^{-1}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}$

$$=\frac{1-0.5z^{-1}}{\frac{1}{8}\left(z^{-1}+2\right)\left(z^{-1}+4\right)}$$

$$=\frac{8}{z^{-1}+2}-\frac{12}{z^{-1}+4}$$

$$=\frac{4}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{3}{1+\frac{1}{4}z^{-1}}$$

$$=\frac{4z}{z+\frac{1}{2}}-\frac{3z}{z+\frac{1}{4}}$$

$$x(n)=\left[4\left(-\frac{1}{2}\right)^n-3\left(-\frac{1}{4}\right)^n\right]u(n)$$

（3） $X(z)=\dfrac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-2}}=\dfrac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)}$

$$=\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}=\frac{z}{z+\frac{1}{2}}$$

$$x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

（4）

$$X(z)=\frac{1-az^{-1}}{z^{-1}-a}=\frac{1-a^2}{z^{-1}-a}-a=\frac{a^2-1}{a}\bullet\frac{1}{1-\frac{1}{a}z^{-1}}-a$$

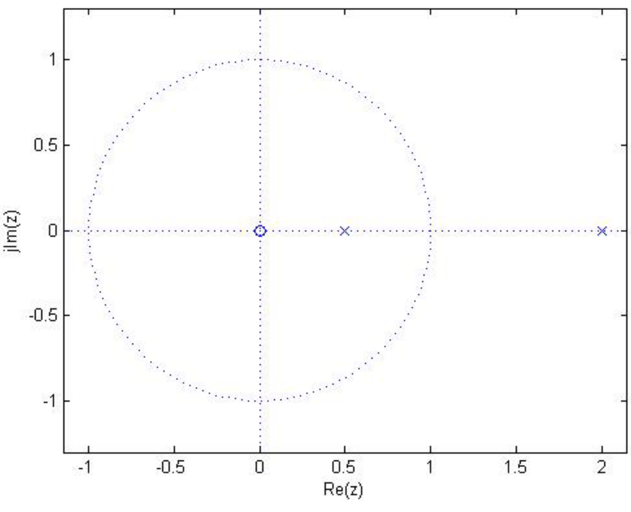
$$x(n)=\frac{a^2-1}{a}\left(\frac{1}{a}\right)^n u(n)-a\delta(n)$$

8-12 解题过程：

由于 $X(z)=\dfrac{-3z^{-1}}{2-5z^{-1}+2z^{-2}}=\dfrac{-3z}{2z^2-5z+2}$

$$=-\frac{3}{2}\frac{z}{(z-1)\left(z-\frac{1}{2}\right)}$$

零极点如图所示



解图 8-12

$$\frac{X(z)}{z}=-\frac{3}{2}\frac{z}{(z-1)\left(z-\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{z-\frac{1}{2}}-\frac{1}{z-2}$$

$$X(z)=\frac{z}{z-\frac{1}{2}}-\frac{z}{z-2}$$

当 $|z|>2$ 时为右边序列 $x(n)=\left[\left(\frac{1}{2}\right)^n-2^n\right]u(n)$

当 $|z|<0.5$ 时为左边序列 $x(n)=\left[2^n-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]u(-n-1)$

当 $0.5<|z|<2$ 时为右边序列 $x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)+2^n u(-n-1)$

8-18 解题过程：

因为 $H(z)=\mathscr{Z}\left[h(n)\right]=\frac{z}{z-a}(|z|>a)$

$$X(z)=\mathscr{Z}\left[x(n)\right]=\frac{z}{z-1}-\frac{z^{-N+1}}{z-1}(|z|>1)$$

$$Y(z)=X(z)H(z)=\frac{z}{z-a}\cdot\frac{z-z^{-N+1}}{z-1}(|z|>1)$$

$$\frac{Y(z)}{z}=\left[\frac{1}{z-a}\cdot\frac{z}{z-1}\right](1-z^{-N})=\left[\frac{1}{1-a}\cdot\frac{z}{z-1}-\frac{a}{1-a}\cdot\frac{1}{z-a}\right](1-z^{-N})(|z|>1)$$

$$Y(z)=\frac{1}{1-a}\left[\frac{z}{z-1}-\frac{az}{z-a}\right](1-z^{-N})$$

由于 $y(n)$ 是因果序列，据移位性质求得

$$y(n)=\mathscr{Z}^{-1}\left[Y(z)\right]=\frac{1-a^{n+1}}{1-a}u(n)-\frac{1-a^{n+1-N}}{1-a}u(n-N)$$

8-25 解题过程：

由图得 $y(n)=b_1y(n-1)+b_2y(n-2)+ax(n-1)$

设系统是因果系统，对差分方程两边取 z 变换：

$$Y(z)=b_1z^{-1}Y(z)+b_2z^{-2}Y(z)+az^{-1}X(z)$$

系统函数 $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{az^{-1}}{1-b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}=\dfrac{az}{z^2-b_1z-b_2}$

单位样值响应

$$h(n)=\mathscr{Z}^{-1}\left[H(z)\right]=\mathscr{Z}^{-1}\left[\frac{az}{z^2-b_1z-b_2}\right]$$

$$=\mathscr{Z}^{-1}\left[\frac{a}{p_1-p_2}\left(\frac{z}{z-p_1}-\frac{z}{z-p_2}\right)\right]=\frac{a}{p_1-p_2}\left(p_1{}^n-p_2{}^n\right)u(n)$$

其中 p_1， p_2 为 $H(z)$ 的极点

$$p_1=\frac{b_1+\sqrt{b_1{}^2+4b_2}}{2}，\quad p_2=\frac{b_1-\sqrt{b_1{}^2+4b_2}}{2}$$

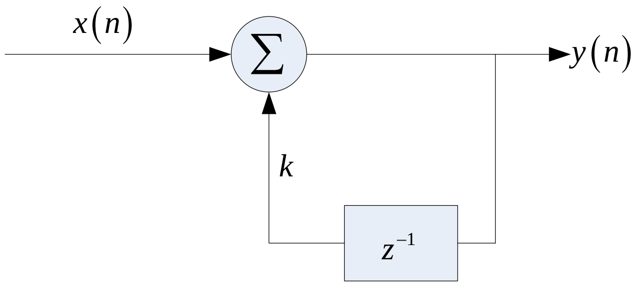
8-32 解题过程：

（1） $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{z}{z-k}=\dfrac{1}{1-kz^{-1}}=\left(1-kz^{-1}\right)Y(z)=X(z)$

两边取逆 z 变换可得差分方程

$$y(n)-ky(n-1)=x(n)$$

（2）由差分方程可得系统结构图如下：



（3）系统频率响应为

$$H\left(e^{j\omega}\right)=H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}}=\frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega}-k}=\frac{1}{1-ke^{j\omega}}=\frac{1}{(1-k\cos\omega)+jk\sin\omega}$$

故幅度响应 $\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{1+k^2-2k\cos\omega}}$

相位响应 $\varphi(\omega)=-\tan^{-1}\dfrac{k\sin\omega}{1-k\cos\omega}$

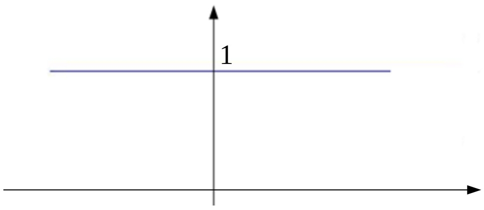
①$k=1$，$\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|=1$，$\varphi(\omega)=0$

②$k=0.5$，$\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{1.25-\cos\omega}}$，$\varphi(\omega)=-\tan^{-1}\dfrac{\sin\omega}{2-\cos\omega}$

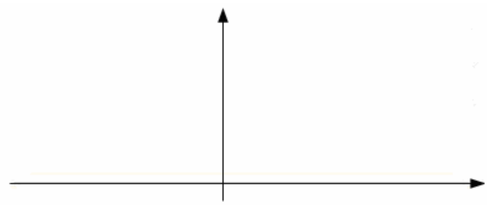
③ $k=1$，$\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2\left(1-\cos\omega\right)}}=\dfrac{1}{2\left|sin\dfrac{\omega}{2}\right|}$，

$$\varphi\left(\omega\right)=-\tan^{-1}\frac{\sin\omega}{2-\cos\omega}=-\tan^{-1}\left(\cot\frac{\omega}{2}\right)=\frac{\omega-\pi}{2}$$

当 $k=0$ 时，幅频响应和相频响应如下图

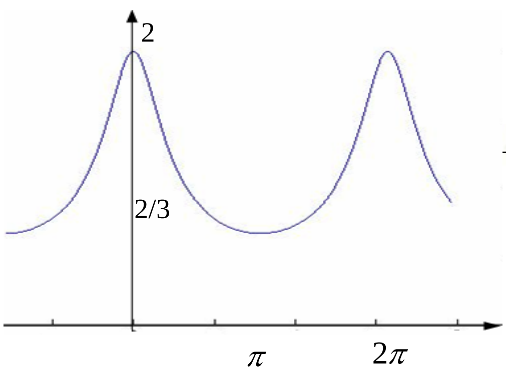


幅频响应

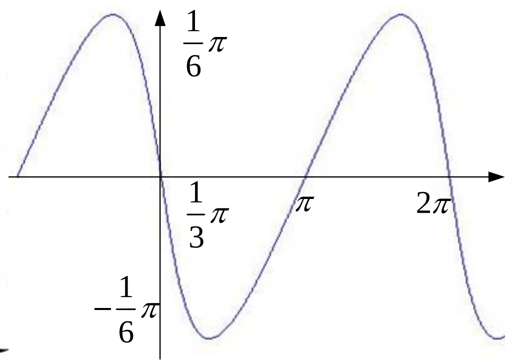


相频响应

当 $k=0.5$ 时，幅频响应和相频响应如下图

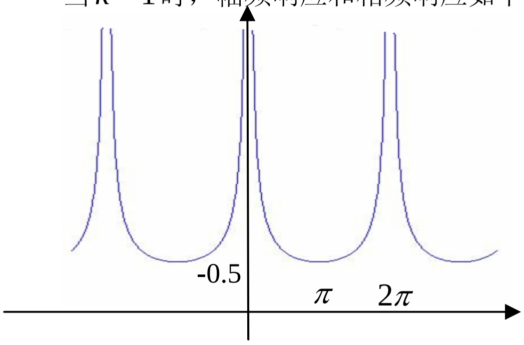


幅频响应

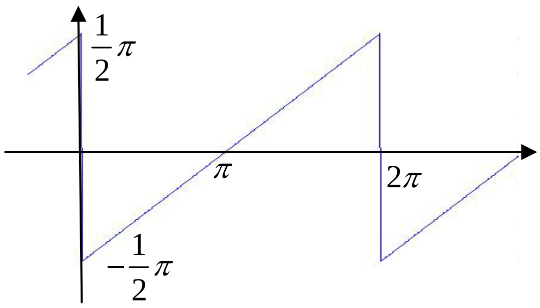


相频响应

当 $k=1$ 时，幅频响应和相频响应如下图



幅频响应



相频响应

8-33 解题过程：（1）$H\left(z\right)=\dfrac{1}{z-0.5}$ 零极点分布与幅度响应如图

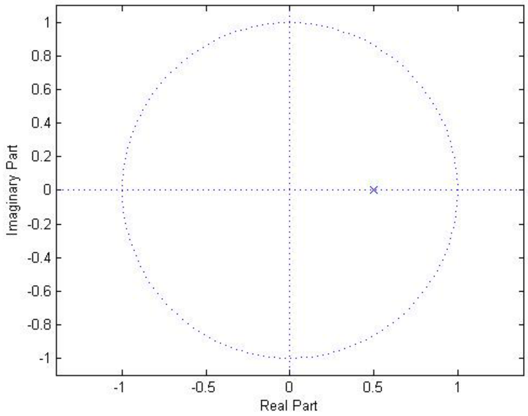


图 8-33_1(a) 零极点分布

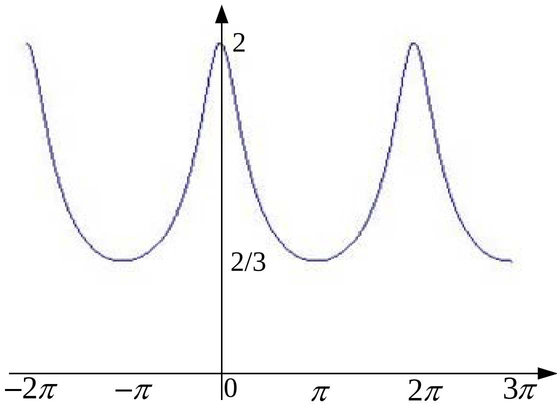


图 8-33_1(b) 幅度响应

（2）$H(z)=\dfrac{z}{z-0.5}$，相比于$H(z)=\dfrac{1}{z-0.5}$，只在$z=0$处增加一个零点，幅度响应不发生变化，零极点分布与幅度响应如图

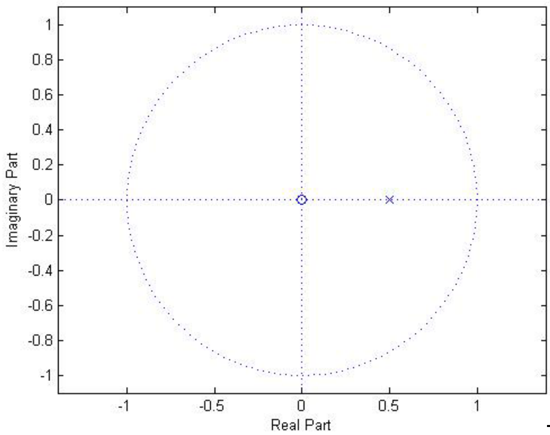


图 8-33_2(a) 零极点分布

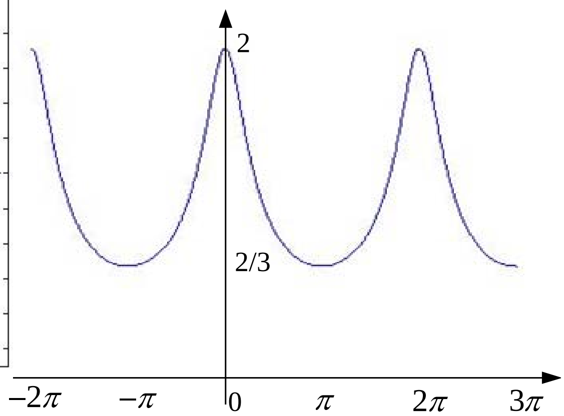
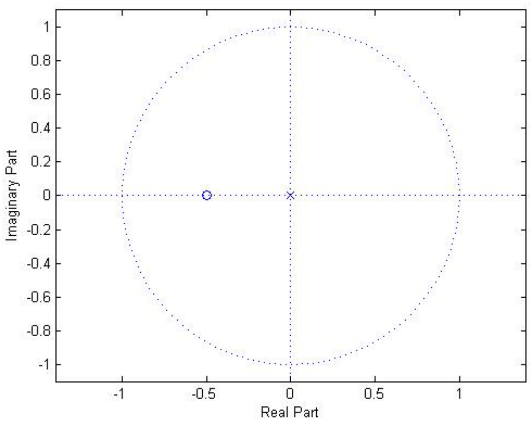
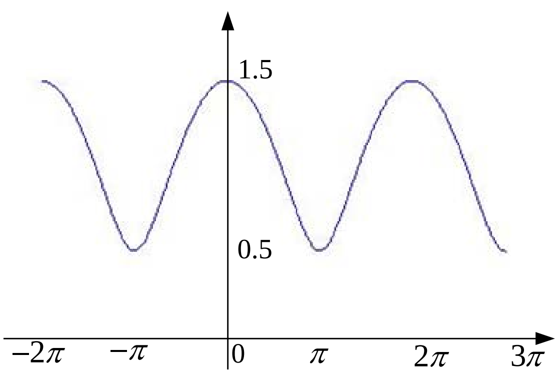


图 8-33_2(b) 幅度响应

（3）$H(z)=\dfrac{z+0.5}{z}$，零极点分布与幅度响应如图





8-37 解题过程：

（1）$y(n)-\frac{3}{4}y(n-1)+\frac{1}{8}y(n-2)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)$

作 z 变换 $Y(z)-\frac{3}{4}z^{-1}Y(z)+\frac{1}{8}z^{-2}Y(z)=X(z)+\frac{1}{3}z^{-1}X(z)$

系统函数 $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\frac{z\left(z+\frac{1}{3}\right)}{z^2-\frac{3}{4}z+\frac{1}{8}}$

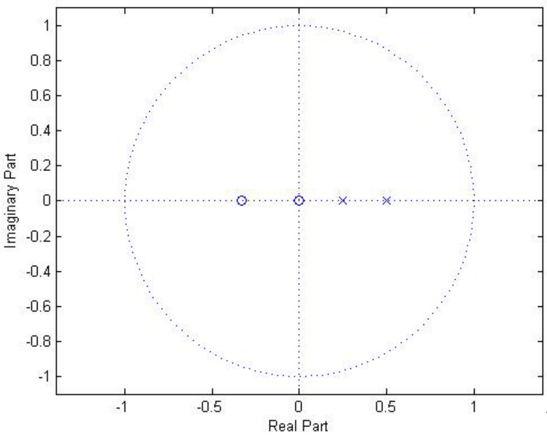
$$=\frac{10}{3}\left(\frac{z}{z-\frac{1}{z}}\right)-\frac{7}{3}\left(\frac{z}{z-\frac{1}{z}}\right)\left(|z|>\frac{1}{2}\right)$$

单位样值响应 $h(n)=\mathscr{Z}^{-1}\left[H(z)\right]=\left[\frac{10}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n\right]u(n)$

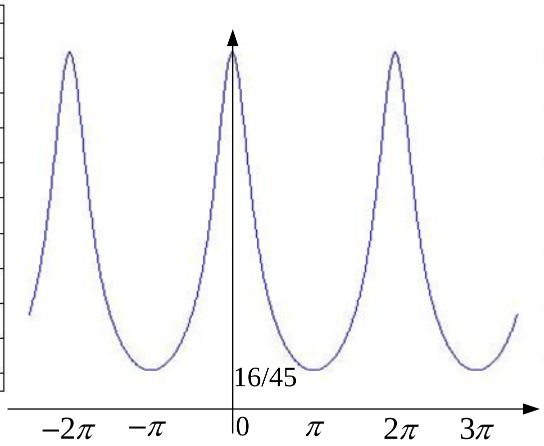
（2）$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{z\left(z+\frac{1}{3}\right)}{z^2-\frac{3}{4}z+\frac{1}{8}}=\frac{z\left(z+\frac{1}{3}\right)}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z-\frac{1}{4}\right)}$

零极点分布如图

（3）由零极点分布得系统幅频响应为解图



零极点图



幅频响应

（4）由差分方程的系统结构如图