

中国科学院 2015 年数学分析真题解析

1.(10 分) 已知数列 x_n 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$ ，证明： $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \infty$ 。

【解答】

$\{n\}$ 为严格单调递增趋近于无穷的数列， $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$ ，由斯笃兹公式，有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n - (x_1 + x_2 + \cdots + x_{n-1})}{n - (n-1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$$

2.(10 分) 求极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x^2 y^2 \ln(x^2 + y^2)$ 。

【解答】

$(x, y) \rightarrow (0, 0)$ 时， $|x^2 y^2 \ln(x^2 + y^2)| \leq (\frac{x^2 + y^2}{2})^2 |\ln(x^2 + y^2)| \rightarrow 0$ ，故