

中国科学院—中国科技大学
1991 年招收攻读硕士学位研究生入学试卷

试题名称：量子力学（理论型）

说明：共五道大题，无选择题，计分在题尾标出，满分 100 分。

- 一、一个带电粒子在电磁场中运动，请推导相应的几率守恒定律。求出几率密度与几率流密度的表达式。
- 二、当两个质量为 m 的粒子通过球对称势 $V(r) = A \ln(r/r_0)$ ，（ $A > 0, r_0 > 0$ 为常数）而束缚在一起，其第一激发态能量与基态能量之差为 ΔE 。今有一个质量为 m 的粒子与另一个质量为 $1840m$ 的粒子通过同一位势形成束缚态，则这一系统的第一激发态与基态能量之差是多少？说出理由，并证明之。
- 三、一束极化的 s 波（ $l=0$ ）电子通过一个不均匀的磁场后分裂为强度不同的两束，其中自旋反平行于磁场的一束与自旋平行于磁场的一束之强度比为 3:1，求入射电子自旋方向与磁场方向夹角的大小。
- 四、质量为 μ 的粒子在一个三维球方势阱中运动，

$$V(r) = \begin{cases} 0, & r > a \\ -V_0, & r < a \end{cases} \quad (V_0 > 0)$$

问：

- (1) 存在 s 波束缚态的条件是什么？
- (2) 当粒子能量 $E > 0$ 时，求粒子的 s 波相移 δ_0 ；
- (3) 证明 $\lim_{E \rightarrow 0} \delta_0 = n\pi$ ， n 为整数。

五、质量为 m 的粒子在一维势场 $V(z) = \begin{cases} \infty, & z < 0 \\ Gz, & z > 0 \end{cases}$ ($G > 0$) 中运动。

- (1) 用变分法求基态能量，则在 $z \geq 0$ 区域中的试探波函数应取下列函数中的哪一个？为什么？
 $z + \alpha z^2, e^{-\alpha z^2}, ze^{-\alpha z}, \sin \alpha z。$
- (2) 算出基态能量值。

中国科学院—中国科技大学 1991 年招收攻读硕士学位研究生入学试卷

试题名称：量子力学（实验型）

说明：共五道大题，无选择题，计分在题尾标出，满分 100 分。

一、

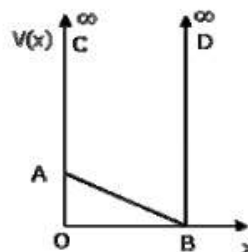
- (1) 电子双缝实验中，什么结果完全不能用粒子性而必须用波动性来解释，为什么？
- (2) 解释钠原子光谱主线系 ($np \rightarrow 3s$) 的精细结构。
- (3) 量子力学角动量用矢量图表示时，和经典角动量有什么不同，为什么？

二、一个质量为 μ 的粒子，处于 $0 \leq x \leq a$ 的无限深方势阱中， $t=0$ 时，其归一化波函数为

$$\psi(x, t=0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$$

求(2000 年(实验型)第二题):

- (1) 在后来某一时刻 $t=t_0$ 时的波函数；
- (2) 在 $t=0$ 和 $t=t_0$ 时的体系平均能量。



三、精确到微扰的一级近似，试计算如图所示宽度 OB 为 a ， AO 为 V_0 ， AOB 被切去的无限深方势阱（如图 $CABD$ ）的最低三个态的能量。

四、质量为 μ 的粒子在势场 $V(r) = -\frac{\lambda}{r^{3/2}}$ 常数 ($\lambda > 0$) 中运动，试用测不准关系估算基态能量。

五、如系统的哈密顿量不显含时间，用算符对易关系 $[x, \hat{p}]$ ，证明能量表象中有

$$\sum_n (E_n - E_m) |x_{nm}|^2 = \frac{\hbar^2}{2\mu}$$

其中 μ 为系统质量， E_n 与 E_m 是能量本征值，满足 $\hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle$ ， $\hat{H}|m\rangle = E_m|m\rangle$ ， $\sum_n$ 是对 $|n\rangle$ 的完全求和。