

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

目 录

力 学

第一章 质点运动学.....	(1)
§ 1 位移 路程 速度 加速度.....	(1)
§ 2 匀速运动与匀变速运动.....	(7)
§ 3 自由落体.....	(13)
§ 4 抛体运动.....	(16)
§ 5 圆周运动.....	(23)
§ 6 相对运动.....	(27)
第二章 力 牛顿定律.....	(32)
§ 1 力.....	(32)
§ 2 静力学.....	(40)
§ 3 质点动力学.....	(51)
§ 4 曲线运动中的力.....	(74)
第三章 非惯性参照系.....	(86)
第四章 功和能.....	(98)
§ 1 功.....	(98)
§ 2 功率.....	(100)
§ 3 动能及其转换.....	(103)
§ 4 保守力和重力位能.....	(104)
§ 5 碰撞问题.....	(107)
§ 6 落体问题.....	(109)
§ 7 斜面问题.....	(111)
§ 8 弹性位能及弹簧问题.....	(113)
§ 9 有心力场及引力场问题.....	(117)
§ 10 杂题.....	(119)
第五章 动量 角动量.....	(127)
第六章 万有引力.....	(151)

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

第七章 刚体力学	(162)
§ 1 刚体的静力平衡	(162)
§ 2 刚体运动学	(169)
§ 3 转动惯量	(172)
§ 4 转动定理	(176)
§ 5 功和能	(189)
§ 6 质心和质心定律	(191)
§ 7 杂题	(196)
第八章 机械振动	(210)
§ 1 简谐振动的描述	(210)
§ 2 简谐振动的动力学问题	(217)
§ 3 简谐振动的合成	(226)
§ 4 阻尼振动和受迫振动	(229)
§ 5 杂题	(233)
第九章 机械波	(238)
§ 1 机械波	(238)
§ 2 声学振动	(245)
第十章 固体的弹性	(251)
第十一章 流体力学	(258)
第十二章 狹义相对论的基本概念	(279)
第一册习题答案	(292)

力学

第一章 质点运动学(292)	第二章 力 牛顿定律(302)
第三章 非惯性参照系(314)	第四章 功和能(319)
第五章 动量 角动量(328)	第六章 万有引力(332)
第七章 刚体力学(335)	第八章 机械振动(345)
第九章 机械波(352)	第十章 固体的弹性(355)
第十一章 流体力学(357)	第十二章 狹义相对论的基本概念(361)

力 学

第一章 质点运动学

§ 1. 位移 路程 速度 加速度

1-1 图 1-1 为一质点在直线运动中的位置 x 对时间的函数。试列出一表，指出从 t_0 到 t_7 中每一时刻的速度和加速度究竟是正、负还是零。并问在哪一部分，质点的运动可被认为是力学上的孤立体(即受力等于 0)的运动？



图 1-1

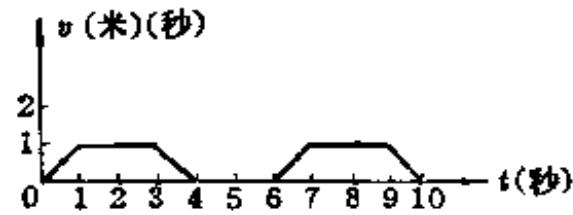


图 1-2

1-2 设速度与时间的关系如图 1-2 所示。试用图表示：

- (1) 距离与时间的关系；
- (2) 加速度与时间的关系。

1-3 设有几种加速度与时间的关系分别如图 1-3(1); 1-3(2); 1-3(3); 1-3(4) 所示。分别作出它们的(1)距离与时间的关系图和(2)速度与时间的关系图。

1-4 一沿 X 轴运动的质点 m , 它的位置与时间的关系为 $x = 10 + 5t^2$, 式中 x 的单位为厘米, t 的单位为秒。(1) 试用微分法求 m 的速度 v 和加速度 a 的公式。(2) m 的初速度是多少? 初位置在

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

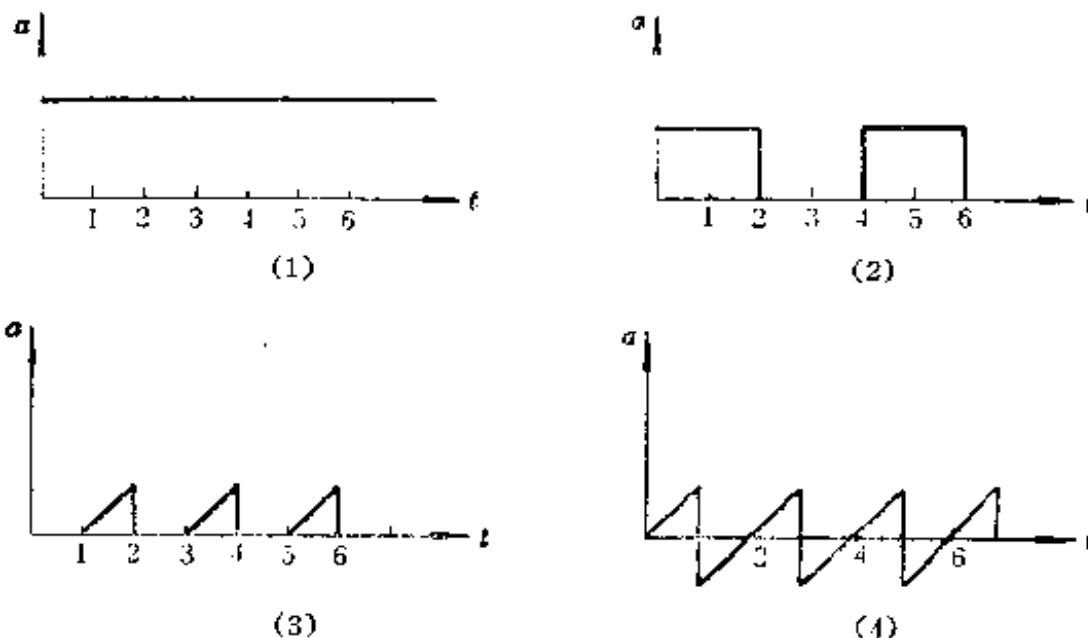


图 1-3

何处？(3)在 $t = 10$ 秒的时刻， m 的速度是多少？(4)分别作 $x-t$ 图； $v-t$ 图和 $a-t$ 图。

1-5 一质点 m 在 X 轴上运动，它的位置与时间的关系为

$$x = 10t^2 - 5t,$$

式中 x 和 t 的单位分别为厘米和秒。

(1) 试用微分法求 m 的速度和加速度公式； m 的初速度是多少？方向如何？

(2) 试求 m 在原点左边最远处的位置；

(3) 何时 $x = 0$ ？这时 m 的速度是多少？

1-6 一质点 m 在 X 轴上运动，它的速度与时间的关系为 $v = 8 + 2t^2$ ，式中 v 和 t 的单位各为厘米/秒和秒。当 $t = 8$ 秒时， m 在原点左边 52 厘米处。

(1) 试求 m 的加速度和位置的公式；

(2) 初速度是多少？

(3) 初位置在何处？

1-7 一人从 0 点出发，向正东走 3.0 米，又向正北走 1.0 米，

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

然后向东北走 2.0 米，试求合位移的大小和方向。

1-8 一质点从 P 点出发向左以匀速率 1.0 厘米/秒沿半径为 $R=1.0$ 米的圆周运动（如图 1-8）。试问：

(1) 当它走过 $2/3$ 圆周时，位移是多少？走过的路程是多少？在这段时间内的平均速度是多少？在该点的瞬时速度是多少？

(2) 当它走过 $1/2$ 圆周时，以上各值又如何？

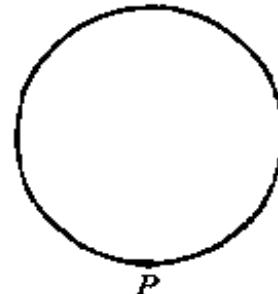


图 1-8

1-9 一物体作直线运动，它的位置由方程 $x=10t^2+6$ 决定，其中位置 x 的单位为厘米，时间 t 的单位为秒。试计算在 3.00—3.10 秒内，3.00—3.01 秒内，和 3.000—3.001 秒内的平均速度，以及在 $t=3.00$ 秒的瞬时速度。

1-10 有一质点沿 x 方向作直线运动， t 时刻的坐标为

$$x=4.5t^2-2t^3。$$

式中 x 的单位为米， t 的单位为秒。试求：

(1) 第 2 秒内的位移和平均速度；

(2) 1 秒末和 2 秒末的瞬时速度；

(3) 第 2 秒内质点所通过的路程；

(4) 第 2 秒内的平均加速度以及 0.5 秒末和 1 秒末的瞬时加速度。

1-11 若以某固定点为起点画出若干矢量，分别代表运动的质点在不同时刻的速度，那么这些矢量的末端就分布在一条曲线上，这曲线叫做速矢端迹。

(1) 试问在下列各种情形下速矢端迹各是什么形状：

(a) 匀速直线运动；(b) 匀加速直线运动；

(c) 匀速圆周运动；(d) 匀加速圆周运动；(e) 抛物运动。

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(2) 证明定理：质点在速矢端迹上的速度即为质点在其轨道上的加速度。

1-12 一质点沿图 1-12 中所示的轨迹以匀速率运动。设此轨迹位于一水平面内，试问在哪一点附近质点的加速度有最大值？

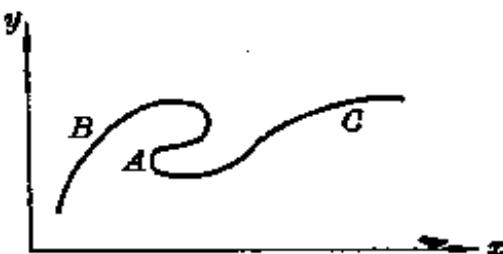


图 1-12

1-13 一质点的运动方程为

$$x = R \cos \omega t, \quad y = R \sin \omega t, \quad z = -\frac{h}{2\pi} \omega t,$$

其中 $h > 0, \omega > 0$ 。

(1) 试描述质点的运动轨迹，并画出它的示意图；

(2) 试求它的速度和加速度。

1-14 已知一质点的运动方程为

$$\mathbf{r} = a \cos \omega t \mathbf{i} + b \sin \omega t \mathbf{j}$$

其中 a, b, ω 均为正的常数。

(1) 试求质点的速度和加速度；

(2) 证明：它的运动轨道是一椭圆，长轴和短轴各为 $2a$ 和 $2b$ ；它的加速度恒指向椭圆中心。

(3) 证明：质点运动的周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ；分别画出 $t = 0, \frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{3T}{8}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$ 各时刻质点的位置，标出位置的坐标。

1-15 一个在 X 轴上的质点，开始在原点，在第一秒内作大小为 1.0 米/秒² 的匀加速运动，在第二秒内作大小为 1.0 米/秒² 的匀减速运动，第三秒和第四秒内重复第一、二秒的情况，如此交替不已，试问在第 100 秒末质点在何处？

1-16 设一质点的运动方程为 $x = x(t), y = y(t)$ 。在计算它

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

的速度和加速度时，有人先求出 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ，然后根据

$$v = \frac{dr}{dt}, \quad a = \frac{d^2 r}{dt^2}$$

求得结果；又有人先计算速度和加速度分量，再合成，得结果为

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2},$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2}.$$

你认为哪一组结果正确？为什么？

1-17 一质点作直线运动，速度和加速度分别为

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt}.$$

证明： $v dv = a ds$ 。

并由此得出：当 a 为常数时，即可得

$$v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0).$$

1-18 光滑斜面与水平成 β 角，斜面与水平面交线为 L ，从 L 上一点 P 以速度 u 沿斜面抛出一质点， u 与 L 的夹角为 α ，试求质点在斜面上运动的轨迹。

1-19 车轮在地平面上作匀角速的纯滚动，轮心的速度为 $v_0 = 10$ 米/秒，轮的半径为 $r = 0.50$ 米，试求：

- (1) 车轮边缘上一点 A 的角速度 ω ；
- (2) A 点的轨迹是什么？

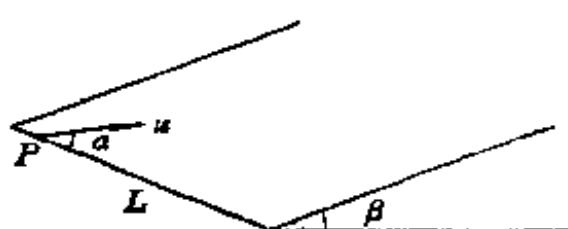


图 1-18

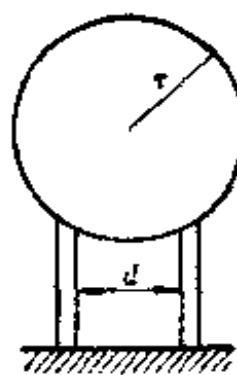


图 1-19

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

1-20 一 半径为 r 的小球沿两固定的等高平行导轨作纯滚动，两导轨间的距离为 d ，如图 1-20。试问：

(1) 球心的速度与球的角速度的关系是怎样的？

(2) 小球面上一点的轨迹如何？

1-21 试判定下述说法是否正确：

(1) 物体作曲线运动时必有加速度；

(2) 物体作曲线运动时，因其速度方向必定在轨迹的切线方向，速度在法向的分量恒为零，所以法向加速度必为零。

1-22 火车在半径为 $R=400$ 米的圆周上运动，已知火车的切向加速度 $a_t = 0.2$ 米/秒²，方向与速度相反。试求当火车速度为 10 米/秒时的法向加速度和总加速度，并指出它们的方向。

1-23 平均速率的意思可以是指平均速度矢量的大小，是指所经路程的总长度除以所经的总时间。试问这两个意思是否不同？如果不同，试举例说明。

1-24 如果加速度不是恒定的，那末质点的平均速度是否为 $\frac{1}{2}(v_0 + v)$ ？试用图来证明你的回答。

1-25 (1) 一物体能否速率不变而速度在改变？ ✓

(2) 一物体能否速度不变而速率在改变？ ✗

1-26 (1) 一个物体的速度向东时加速度却向西，这可能吗？ ✓

(2) 当物体的加速度恒定不变时，它的运动方向能否改变？ ✗

1-27 (1) 某物体作加速运动，但加速度愈来愈小，它的速度如何变化？ ↗

(2) 一物体能否速度为零而仍在加速运动中？ ↗

1-28 作匀加速直线运动的物体，从甲处经过 60 米到乙处，用去 6.0 秒钟，它经过乙处时速度为 15 米/秒。试求它的加速

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

度和经过甲处时的速度，并作位置-时间和速度-时间图。

1-29 如图 1-29，一重球用线悬挂起来，静止不动。今用剪刀在 A 点将悬线剪断，问在剪断的瞬间，重球的速度和加速度各为多少？

1-30 自由落体的加速度是 980 厘米/秒²，试问它在第一秒末的速度是多少？它在第一秒内走过的距离是多少？



图 1-29

§ 2. 匀速运动与匀变速运动

1-31 某地震台记录到一近震，直达波中的 P 波和 S 波到达地震台的时间差为 3.5 秒，问震源到该台多远？已知 P 波与 S 波的速度之比为 $\frac{V_p}{V_s} = 1.73$ ，P 波的速度为 $V_p = 6.2$ 公里/秒。

1-32 一汽车停在十字街头等候绿灯，绿灯一亮它就以 2.0 米/秒² 的匀加速度开始前进，正在这时，一载重卡车以 10 米/秒的匀速度超过它。

- (1) 试问离开十字街头多远时这汽车可追上载重卡车？此时它的速度多大？
- (2) 作两车的位置-时间图。

1-33 速率都是 30 公里/小时的甲乙两列火车，在同一水平直路上相向而行。当它们相隔 60 公里的时候，一只鸟以每小时 60 公里的速度离开甲车车头直向着乙车飞去，当它到达乙车车头时，就立即返回，并这样继续地在两车头间来回飞着。试问：

- (1) 到甲乙两车车头相遇时，这鸟从甲车到乙车共飞行了几次？
- (2) 一共飞了多少时间？
- (3) 一共飞了多少距离？

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

1-34 为了检验汽车的加速性能，在平直公路上立好标杆，进行试验。某汽车经过“0”标杆时开始加速并开始计时，在整个试验过程中加速度不变。经过 0.1 公里标杆，时间指示为 16 秒；经过 0.2 公里标杆，时间指示为 24 秒，试问：

(1) 汽车的加速度为多少？

(2) 经过 0.1 公里和 0.2 公里两标杆时，车的速度分别是多少？

1-35 矿井里有一升降机由静止开始按匀加速上升 3.0 秒，达到速度 $v_1 = 3.0$ 米/秒，然后按这个速度匀速上升 6.0 秒，最后又按匀减速上升 5.0 秒而停止。

(1) 试计算升降机上升的高度；

(2) 画出升降机的 $v-t$ 图，根据 $v-t$ 图计算升降机上升的高度；

(3) 试求升降机在整个上升过程中的平均速度。

1-36 一个人身高 h_2 米，在灯下以匀速率 v_A 沿水平直线行走，如图 1-36。设灯距地面高度为 h_1 。

(1) 求证人影的顶端 M 点作匀速运动；

(2) 试求 M 点沿地面移动的速度 V_M 。

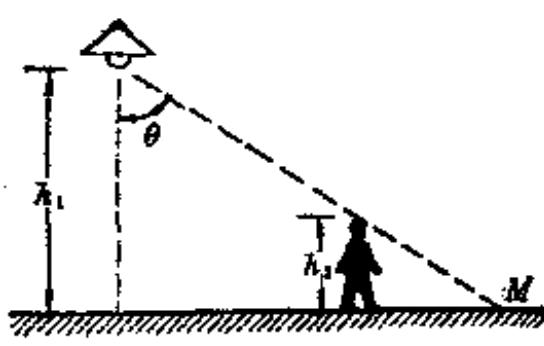


图 1-36

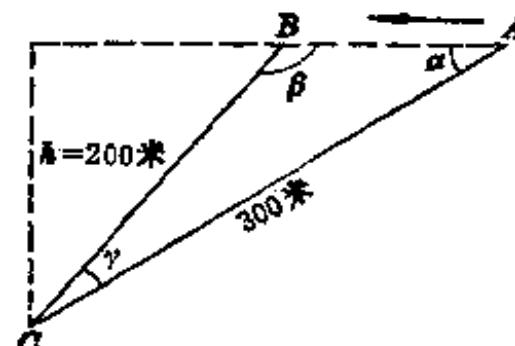


图 1-37

1-37 在 500 米的高度内，一般步枪可以打下未配备装甲的

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

飞机。设枪弹的初速为 800 米/秒，飞机高度为 $h=200$ 米，时速为 1440 公里/小时（超音速飞机）。某一时刻射击者 C 离飞机 300 米（图 1-37）。

(1) 此时应瞄准飞机 A 前方的 B 点开枪方能击中此飞机 (BA 称为“提前量”)，试问 B 距 A 为多少米？

(2) 实际经验要求此时的“提前量”为射击者到飞机距离之半（即 $AB=\frac{1}{2}AC$ ）。试定性说明为什么与(1)的结果有偏离。

〔注：(1)略去空气阻力；(2)略去重力影响〕

1-38 一物体从静止开始，先以 α 大小的切线加速度运动一段时间后，紧接着就以 β 大小的切线减速度运动直至停止，若物体整个运动的时间为 t 。证明：物体运动的总路程为

$$S = \frac{\alpha\beta}{2(\alpha + \beta)} t^2.$$

1-39 一摩托车从静止开始以 $\alpha=1.6$ 米/秒² 的匀加速度沿直线行驶，中途作一段匀速运动，后又以 $\beta=6.4$ 米/秒² 的匀减速速度沿直线行驶直至停止。若这样地走了 $L=1.6$ 公里，共用了 $t=130$ 秒的时间，试求车的最高行驶速度 v 。

1-40 用上题的 α 、 β 、 L 的数值求：

- (1) 车走这段路程所需的最短时间；
- (2) 这时车的最高速度。

1-41 若要求把一辆静止在某一地点的小车在最短时间内推到另一个地点，并静止在那里。这两个地点的路程为 L ，如果小车的加速性能限制它的切线加速度的绝对值只能是 a ，要满足上述要求，小车前进的最大速度 v 应为多大？

1-42 有一小船放下风帆后继续前进，在这段运动时间里对

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

小船的速度进行了测量，测量表明小船的速度和时间的关系是一双曲线，证明小船的加速度 α 和它的速度的平方成正比。

1-43 在一个很长的平直跑道上，有 *A* 和 *B* 两种型号的喷气式飞机进行飞行试验。两机同时自起点启动，*A* 机沿地面作匀加速飞行，到达跑道中点时起它就作匀速飞行；*B* 机则在启动后始终作匀加速运动。观测中发现 *A*, *B* 两喷气机用完全相等的时间从起点开始到终点完成整个试验距离。问两者的加速度比是多大？

1-44 设一反坦克手站在离公路 50 米远的地方，路上有一敌方坦克驶来，速度为 $v_1 = 10$ 米/秒。若坦克与人相距 $a = 200$ 米，而此人奔跑速率最大不超过 3.0 米/秒。试问：

- (1) 他应向哪一方向奔跑才能与坦克相遇？
- (2) 他至少应以什么速度跑，才能与坦克相遇？

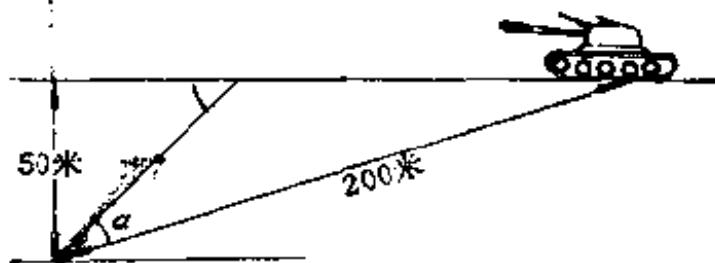


图 1-44

1-45 已知一物体作直线运动，在某段时间 t 内的平均加速度为 \bar{a} ，又知道它的初速度为 v_0 ，我们能否用下列公式求它在这段时间内的路程？

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} \bar{a} t^2$$

1-46 某物体依次通过两段相等的路程 $s = 10.0$ 米。设通过每一段路程时物体的加速度不变，且通过此两段路程所需的时间各为 $t_1 = 1.06$ 秒和 $t_2 = 2.20$ 秒，试求物体的加速度 α 及其在第一段路程起点处的速度 v_0 。

1-47 一以匀加速行驶的车，在 6.0 秒钟内通过相隔 60 米远

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

的两点；车经过第二点的速率是 15 米/秒。试问：

- (1) 车经过第一点的速率多大？
- (2) 加速度多大？
- (3) 车的出发点与第一点相距多远？

1-48 一个皮球从 1.5 米高处落到地板上，然后跳回到 1.0 米高处。假设皮球与地板接触的时间为 0.010 秒，试问在接触期间，球的平均加速度多大？(忽略空气阻力。)

1-49 有一辆汽车，紧急刹车之后在路上滑行了 6.5 米。假设汽车的最大减速度不能超过重力加速度，试问在刹车之前，汽车的行驶速率能否超过 48 公里/时？

1-50 以速率 v_1 运动的火车上的司机，看见在前面距离 d 处，有一列货车在同一轨道上以较小速率 v_2 沿相同方向运动，他就立即刹车，使他的火车以匀减速速度 a 慢下来，试证明：

如果 $d > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$ ，则两车不会碰撞；

如果 $d < \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$ ，则两车将会碰撞。

1-51 已知一质点在 10 秒钟内走过的路程为 $s = 30$ 米，而其速度增为 $n = 5$ 倍。设这质点为匀加速运动，试求它的加速度。

1-52 在距离一河岸 5.0 公里处有一灯塔，它发出的光束每分钟转动一周，试求当光束与岸边成 60° 角时，光束沿岸边滑动的速度。

1-53 一街灯与一竖直墙相距 $R_0 = 3.0$ 米，灯罩上一个小孔将一光点水平地投射于墙上。灯罩等速地绕一竖直轴自转，其转速 $n = 0.5$ 转/秒。设街灯转动时墙上光点沿水平直线移动，求光线与墙垂直以后再经过 $t = 0.1$ 秒时，光点的速度。

1-54 一探照灯照射在云层底面上，这底面是与地面平行的

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

平面，离地面的高度为 h ，设探照灯以匀角速度 ω 在竖直平面内转动，当光线与竖直方向夹角为 θ 时，试求云层底面上光点的速度和加速度。

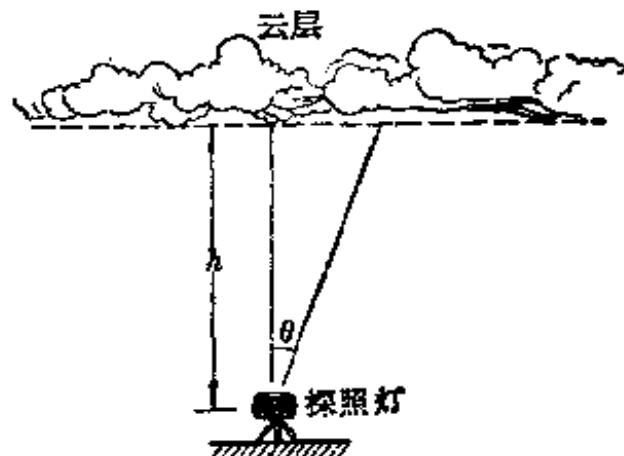


图 1-54

1-55 在平直公路上有敌方汽车驶过，车速为 20 米/秒，路边有一机枪哨所监视。当车经过哨所的正前方时，整个车身刚好为一放在眼前 60 厘米处而宽度为 6.0 毫米的测量标尺所遮蔽（如图 1-55 所示）。设枪弹平均速率为 500 米/秒，试问机枪应向车前偏过几个车身长度来瞄准才能击中。（略去空气阻力与重力。）

1-56 设若干个光滑斜面 (a_1, a_2, \dots) 有共同的底边 $b = 30$ 厘米。试问：

(1) 斜面的倾角 α 应为多大时，才能使物体在这斜面上从顶端自由滑下来所需的时间 $t = 0.4$ 秒？

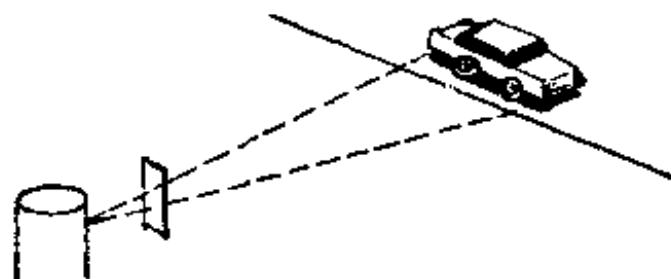


图 1-55

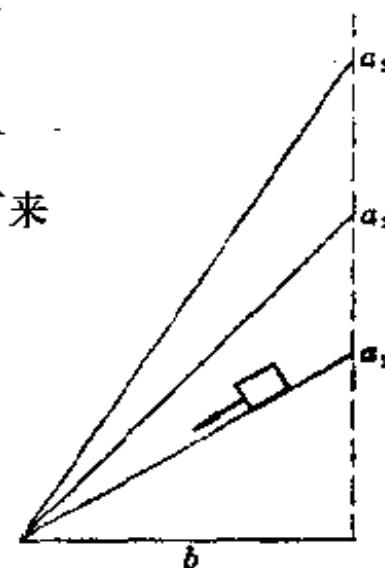


图 1-56

(2) 多大的倾角使滑下来的时间最少？

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

1-57 证明：如果有几个质点同时从某点开始，沿着各个不同的方向的斜槽滑下，设空气阻力和摩擦都不计，则在运动过程中的任一时刻，这些质点都位于同一球面上。

1-58 在空中以相同的速率向各方向把若干小球同时撒出去。证明：在略去空气阻力的情况下，任一时刻，所有小球都位于一个球面上，这球面的中心以自由落体的加速度下落，其半径则等于 $v_0 t$ ，（此处 v_0 为诸小球的初速率， t 为各小球被撒出后所经历的时间）。

1-59 一小物体沿光滑斜面由静止开始滑下，在 4.0 秒钟内滑过 100 厘米。试问：其加速度多大？若此小物体沿竖直方向落下，则在相同时间内落下多少厘米？

§ 3. 自由落体

1-60 一小物体从离地面 270 米高处由静止开始自由下落，如果把这 270 米分成三段，要求它经过每段的时间都相同，求每段的长度。

1-61 一竖直向上发射的焰火弹，离炮口的速度是 34 米/秒，3.0 秒钟时炸开形成图案。求它炸开时离炮口的高度。设空气阻力可忽略不计。

1-62 一物体从离地面的高度为 h 的地方，由静止开始自由下落，经过最后 196 米所需的时间是 4.0 秒钟。求物体下落过程所用的总时间和高度 h 。

1-63 小球甲从已知高度为 s 处自由下落，同时正对此球从地面上以初速度 v_0 竖直上抛另一小球乙，略去空气阻力，问乙的初速度 v_0 为多大时，两球在 $\frac{2s}{3}$ 高度处相碰？

1-64 在深井口处由静止落下一石块，经过 4.23 秒后听到石

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

块落水声。已知声音在空气中的传播速度为 340 米/秒，设空气阻力可略去不计，求井的深度。

1-65 一小球从 80 米高的塔上自由落下。同时，正对此球在地面上以 40 米/秒的初速度竖直上抛另一小球，问过多少时间两球相遇？在什么高度相遇？（忽略空气阻力）。

1-66 从地面上竖直向上抛出一球，在球离地后的上升过程中，从 $t_1=2.0$ 秒到 $t_2=3.0$ 秒这一段时间内走了 $\Delta s=5.5$ 米的距离，试求从抛出到 $t=3.0$ 秒时间内的平均速度 \bar{v} 。（不计空气阻力。）

1-67 把两个小物体从同一地点（地面）、以同样的初速率 $v_0=24.5$ 米/秒先后竖直上抛，设两物体抛出的时间差 $\Delta t=0.500$ 秒，试问：

(1) 第二个物体抛出后经多少时间 t 方与第一个物体相碰？

(2) 如果 $\Delta t \geq \frac{2v_0}{g}$ ，那么，结果的物理意义怎样？

（不计空气阻力。）

1-68 由楼上以同样大小的初速率 v_0 同时抛掷两物体：一物竖直上抛，另一物竖直下抛，略去空气阻力，求这两个物体之间的距离 s 与时间 t 的关系。

1-69 竖直上抛一小球，如不考虑空气阻力，证明它返回原地时的速率等于出发时的速率，并证明上抛和下落所经过的时间相等。

1-70 设想将一小球竖直地上抛。如考虑空气阻力，问球上升所需要的时间长于还是短于它下落所需要的时间？（设阻力为一恒力。）

1-71 一个人站在地面上某一高度处抛出一个小球，使它的

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

初速度具有向上的分量 v_y 。然后又抛出一个球，使它的初速度具有向下的分量 v_y 。忽略空气阻力，问哪个球撞击地面时的速度具有较大的竖直分量？

1-72 楼下一个小孩想把一皮球扔给在四层楼窗口的小朋友，四层楼窗口离地面 15.0 米，小孩离窗口的水平距离为 3.0 米，球出手时高出地面 1.50 米，略去空气阻力，问小孩扔球的速度（大小和方向）如何，才能使球的最高点刚好到达窗口？

1-73 假设 m 是一轻的石块， M 是一重的石块，按照亚里斯多德的看法， M 应该比 m 下落得快些。伽利略用下面的论证表明亚里斯多德的看法在逻辑上是有矛盾的：如果把 m 和 M 系在一起，则在下落时，因为 m 有下落得较慢的趋势，所以 m 应该阻碍 M ，因此这一组合的下落便快于 m 而慢于 M ；可是另一方面，这个组合比 M 重些，所以应该下落得比 M 快些。

如果你认为伽利略的推理是正确的，你将得出什么结论？怎样用实验证明？如果你认为伽利略的推理是错误的，试说明理由。

1-74 一汽球以 5.0 米/秒的匀速度竖直上升，在离地面 20 米高度时，从气球上掉下一个沙袋。设不计空气阻力。

(1) 计算沙袋离气球后 $\frac{1}{2}$ 秒，2 秒等时刻，沙袋的位置和速度。

(2) 沙袋离气球后，需经过多长时间才落到地面上？落地时速度多大？

(3) 作沙袋的高度-时间图。

1-75 一石块，从高出水面 50 米的桥上，由静止释放落下。在这石块落下 1.0 秒钟后，另一石块由桥上竖直扔下，使得两石块同时撞击水面。略去空气阻力，试问：

(1) 第二块石块的初速度多大？

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(2) 取第一块石块被释放的时刻为 $t = 0$, 对每一石块作 $v-t$ 图。

1-76 竖直上抛一球, 上升时先经 P 点再经 Q 点, 下落时先经 Q 点再经 P 点。已知它两次经过 P 点和 Q 点所需的总时间为 1.0 秒, 又知 Q 点比 P 点高 1.5 米, 问它上升的最大高度比 Q 点高多少? (不考虑空气的阻力。)

1-77 一球从屋簷自由下坠, 于 0.25 秒钟内经过一个 2.0 米高的窗子。问窗顶离屋簷为几米? (忽略空气阻力。)

1-78 一枚从地面发射的火箭以 20 米/秒^2 的匀加速度竖直上升半分钟后, 燃料用尽, 于是像一个自由质点一样运动。略去空气阻力, 试求:

(1) 火箭所达到的最大高度;

(2) 它从离开地面再回到地面所经过的总时间。

1-79 一升降机以 $a=2g$ 的加速度从静止开始上升, 它里面有一用细绳吊着的小球, 在 2.0 秒末时, 小球因绳子断了而往下落。设小球原来到底板的距离为 $h=2.0$ 米。略去空气阻力, 试求:

(1) 小球下落到底板所需的时间 t ;

(2) 小球相对于地面下落的距离 s 。

1-80 自由落体在最后半秒钟内落下的距离为 $h_1=20$ 米。试求下落的总高度 h 。

1-81 在高度 $h=40$ 米处竖直抛出一物体, 问初速度 v_0 为多大时, 才能使它比自由落下(1) 早 $t=1$ 秒、(2) 迟 $t=1$ 秒落到地上? (略去空气阻力。)

§ 4. 抛体运动

1-82 (1) 低速炮弹以仰角 40° 射出, 出膛速度为 220 米/秒,

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

打中了 4100 米处、高度与炮身相等的物体，问空气阻力使炮弹的射程减少了多少。

(2) 炮弹速度如果是 1.0 公里/秒，仍以 40° 仰角射出，一般的实际射程是几十公里，问此时空气阻力使炮弹的射程减少了多少？

(3) 从以上两种情况，可以知道，当炮弹出膛速度超过音速时，阻力大大增加，这就是所谓“音障”。为克服这个困难，应当怎么办？

1-83 (1) 以什么的抛射角抛掷物体，才能使物体上升的高度等于物体在水平方向上飞过的距离？(略去空气阻力。)

(2) 在离地面高为 h 处，沿水平方向抛出一物体，略去空气阻力，问初速度 v 为多大时，才能使它在水平方向所通过的路程为 h 的 n 倍？

1-84 图 1-84 为一抛体运动的轨迹(忽略空气阻力)。我们已知重力加速度 g 是不变的(大小和方向都不变)。

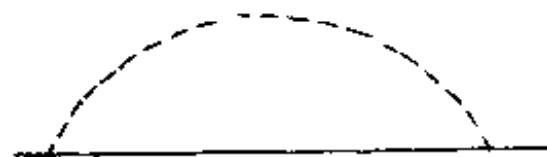


图 1-84

(1) 说明切向和法向加速度如何变化。

(2) 根据切向和法向加速度的性质，说明整个过程中瞬时速度的大小如何变化。

1-85 物体以初速 $v_0 = 20$ 米/秒被抛出，抛射角(仰角)是 $\alpha = 60^\circ$ ，略去空气阻力，试问：

(1) 物体开始运动后的 1.5 秒末，运动方向与水平的交角 α 是多少？2.5 秒末 α 又为多少？

(2) 物体抛出后经过了多少时间，运动方向与水平成 $\alpha = 45^\circ$ 角？又这时物体的高度是多少？

(3) 在物体轨迹最高点处的曲率半径 R_1 为多大？

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(4) 在物体轨迹落地点处的曲率半径 R_2 为多大?

1-86 子弹的初速度, 可以根据子弹向水平方向发射后, 在一定距离 ΔL 内其轨迹降低的数值 Δh 求得, 在子弹所经过的路上竖直地安放两块挡板(如图 1-86, 使 A 紧贴枪口, B 放在与 A 相距 ΔL 处), 子弹通过它们时在 A 和 B 各钻了一小孔。根据这两个孔就能确定出 Δh , 设 ΔL 、 Δh 已测得, 求子弹的速度。(略去空气阻力及挡板阻力。)

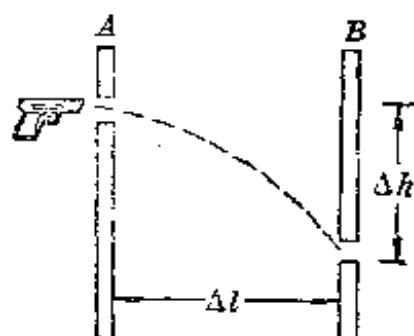


图 1-86

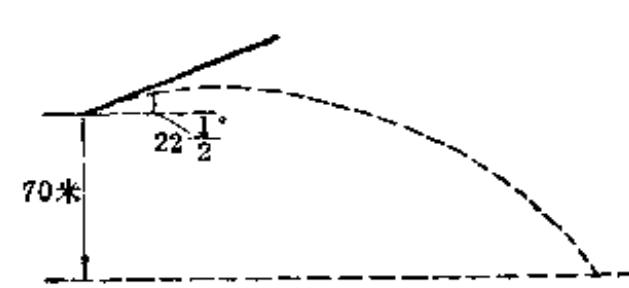


图 1-87

1-87 一个人乘摩托车跳越一个大矿坑, 他以一大小为 65 米/秒且与水平成 22.5° 夹角的初速度从北边起跳, 准确地落在坑的南边。已知南边比北边低 70 米, 忽略空气阻力, 且取 $g = 10$ 米/秒², 试问:

(1) 他飞越的时间多长? 这矿坑有多宽?

(2) 他在南边着陆时, 速度与水平面的夹角是多少? 速率是多少?

1-88 一门大炮自山脚向小山坡上开火, 此小山坡与地平线成一恒定角度 φ , 问发射角 θ (从地平线算起) 为多大时炮弹沿小山坡射得最远?(略去空气阻力。)

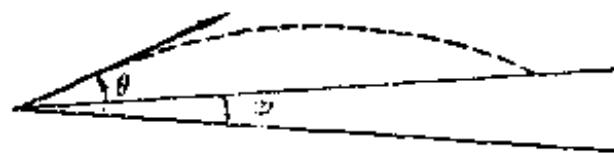


图 1-88

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

1-89 一个人站在一平滑的山坡上，山坡与水平线成恒定角度 α ，他扔出一个初速率 v_0 、与水平线成 θ 角（向上）的小石子（如图 1-89）。证明：

(1) 如果空气阻力可以忽略，小石子落在斜坡上距离为

$$S = \frac{2v_0^2 \sin(\theta + \alpha) \cos \theta}{g \cos^2 \alpha};$$

(2) 对于一定的 v_0 和 α 来说， S 在 $\theta = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$ 时有最大值其值为

$$S_{\max} = \frac{v_0^2 (1 + \sin \alpha)}{g \cos^2 \alpha}.$$

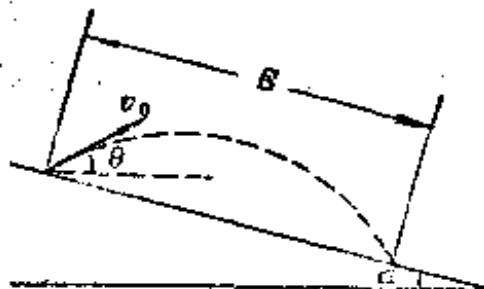


图 1-89

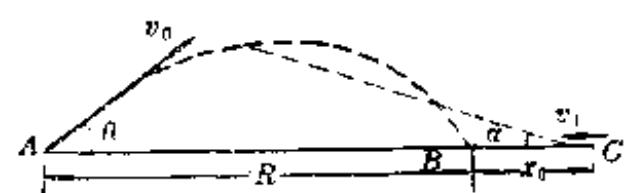


图 1-90

1-90 一击球手在 $t=0$ 时刻棒击垒球，垒球以与地面夹角为 θ 、大小为 v_0 的初速度飞离 A 点，最终击中 B 点。在与 B 点相距 x_0 的 C 点上，站有一外野手，当球打出时，即开始以匀速率 v_1 向 B 跑去，并与球同时到达 B 点。证明：对于奔跑着的外野手来说，球的 $\tan \alpha$ 随时间线性地增加， α 是球对他的仰角（如图 1-90 所示）。

1-91 一轰炸机离地面 10 公里，以 240 公里/时的水平速度，向其轰炸目标的正上方飞行。问当瞄准角（瞄准器到目标的视线与竖直线所成的角） φ 为多大时投下炸弹，才能正好击中目标？（略去空气阻力。）

1-92 一轰炸机离海面 10 公里，以 240 公里/时的水平速度追击正前方一鱼雷艇，鱼雷艇的速度是 95 公里/时，不计空气阻

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

力，问飞机应在艇后多少距离投弹才能正好击中目标？

1-93 一俯冲轰炸机沿与竖直成 37° 方向俯冲，在 800 米高度投弹，炸弹离飞机 5.0 秒钟时着地。不计空气阻力，试问：

- (1) 飞机的飞行速度是多少？
- (2) 炸弹离开飞机后在水平方向前进多远？
- (3) 炸弹着地时，速度的大小和方向如何？

1-94 一小孩以 16 米/秒的速度把一皮球抛到墙上，墙离小孩 5.0 米远。问小孩应以什么方向抛球，才能使球在反射后的轨道的最高点刚好在小孩的头顶上方？(设球与墙的碰撞为完全弹性碰撞，略去空气阻力。)

1-95 1977 年中国男子铁饼的最好纪录是 54.28 米，这纪录是在北京创造的，北京的重力加速度 $g = 980.12$ 厘米/秒²。设投掷点比落地点高 1.5 米，略去空气阻力，问在北京投掷至少要用多大的初速度，才可达到这个距离？

1-96 在小山上安一靶子，由炮位所在处观测靶子的仰角为 α ，炮与靶子间的水平距离为 L ，向目标射击时，炮身的仰角为 β 。略去空气阻力，求能射中靶子的子弹的初速度 v_0 。

1-97 炮弹的出膛速度是 400 米/秒，要射中水平距离为 1000 米、高度为 330 米的目标。不计空气阻力，试求炮的仰射角。

1-98 设火箭引信的燃烧时间为 6.0 秒，在与水平成 45° 角的方向把火箭发射出去时，欲使火箭在弹道的最高点爆炸，不计空气阻力，问应以多大的初速度发射火箭？

1-99 一个球从楼梯顶上以 2.0 米/秒的水平速度滑下，所有阶梯恰好都是 20 厘米高，20 厘米宽，问球首先撞在哪一级阶梯上？用草图画出。

1-100 若抛射体的初速度为 v_0 ，抛射角为 θ ，略去空气阻力。

伽利略说：“抛射角为 $45^\circ + \delta$ 和 $45^\circ - \delta$ ($\delta < 45^\circ$)

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

两个抛射体初速率相同时，射程是相等的”。证明他的话。

1-101 一个足球，沿与水平成 45° 仰角，以19.5米/秒的初速率被踢出去。这时离开55.0米远的守门员，迎着球的方向奔来接球，如果他要在球落地前抓住球，他至少用多大的速度奔来？（不计空气阻力。）

1-102 用枪瞄准空中一靶，当子弹射出枪口时，靶同时自由下落。如果略去空气阻力，不论子弹速率多大，总会击中下落的靶，这叫百发百中，说明其理由。

1-103 从同一点先后抛出两个小石块，初速率相同，抛射角不同（轨道都在同一竖直平面内），结果到达与抛出点等高的同一地点，若一个石块的飞行时间是另一个石块的2倍，它们的抛射角各是多少？（不计空气阻力。）

1-104 一弹性球竖直向下落在一斜面上，与斜面发生完全弹性碰撞，落下高度为 $h=20$ 厘米，斜面对水平的倾角为 $\alpha=37^\circ$ ，若不计空气阻力，问它第二次碰到斜面的位置距原来的落下点多少远？

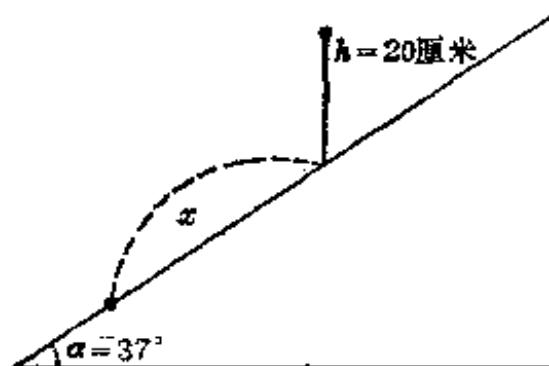


图 1-104

1-105 如图1-105所示，在一高地上安放一门炮，高地边缘是一陡壁，炮安放在距陡壁为 $L=22.1$ 公里处，陡壁下的地平面低于炮位100米。以炮轰击掩蔽在陡壁后面的目标，如果炮弹出口速

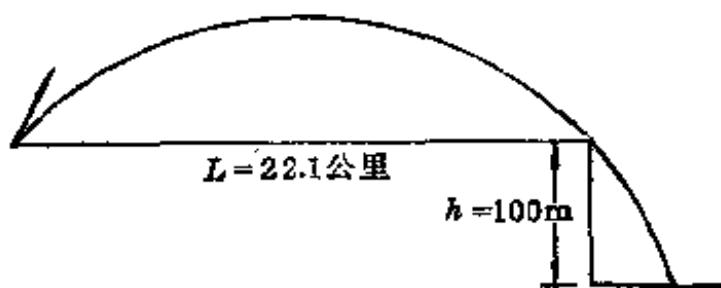
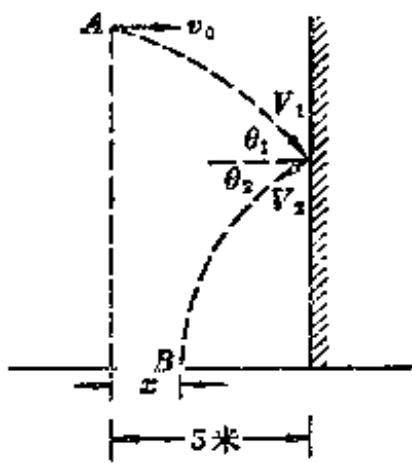


图 1-105

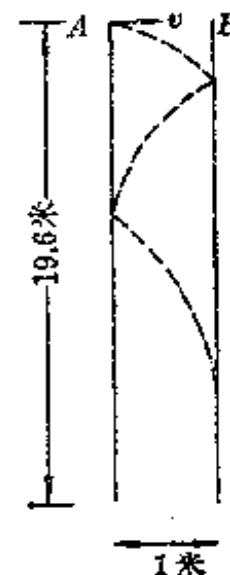
答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

度为 500 米/秒，略去空气阻力，问离陡壁最近的炮弹着点在何处？（比这再近的地带称为“死角”。）

1-106 (1) 从距地面高 19.6 米处的 A 点，沿水平方向投出一小球，初速度为 5.0 米/秒，在距 A 点 5.0 米处有一光滑的墙，小球与墙发生完全弹性碰撞（即入射角 θ_1 = 反射角 θ_2 , $v_1 = v_2$ ），弹回后掉到地上 B 点，问 B 点与 A 点水平距离为多少？（略去空气阻力。）



(1)



(2)

图 1-106

(2) 设有垂直于地平面且相互平行的两堵墙 A 和 B，两墙的水平距离为 1.0 米，从距地面高 19.6 米处的 A 点沿水平方向投出一小球，初速度为 5.0 米/秒，球与墙的碰撞都是弹性碰撞。问小球落地点距 A 墙水平距离多远？落地前与墙发生了几次碰撞？（略去空气阻力。）

1-107 两小孩在过道中玩球，过道天花板的高度为 H 。设球出手时和到手时的高度都是 h ，如果两人持球后出手时的速率都是 v_0 ，问他们之间最远的距离是多少？就 $(H-h) > \frac{v_0^2}{4g}$ 和 $(H-h) < \frac{v_0^2}{4g}$ 两种情形进行讨论。（略去空气阻力。）

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

1-108 炮弹在轨道的最高点发生爆炸，炸成两块质量相等的弹片，其中一块沿原轨道回到出发点，设最高点距出发点水平距离为 S ，略去空气阻力，试问：

- (1) 另一块弹片的落地点与出发点之间的距离是多少？
- (2) 两块弹片是否同时到达地面？

1-109 炮弹在其轨道的最高点 ($h = 19.6$ 米) 爆炸为质量相等的两块弹片，在爆炸后 1.00 秒，第一块弹片落到正对着爆炸点的地面上，设此处与炮位所在处距离 $S_1 = 1.00$ 公里，问第二块弹片落在与炮位相距多远的地方？(略去空气阻力。)

§ 5. 圆周运动

1-110 两千多年前，埃拉托色尼就通过卓越的分析求出地球的半径。他住在尼罗河口的亚历山大城，在仲夏日的中午观察到太阳光线与当地的竖直线成 7.2° 角。他还知道，住在亚历山大以南 804.5 公里地方的居民，在同一时间看见太阳正在头顶。根据这些资料，他推算出地球的半径。

他的结果是什么？

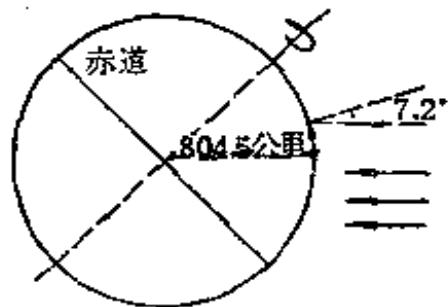


图 1-110

1-111 一汽车在半径为 $R = 400$ 米的圆周上作变速运动，已知它的切向加速度的大小为 $a_t = 0.20$ 米/秒 2 ，方向与速度方向相反，速度的大小为 10 米/秒，求这时它的法向加速度和总加速度。

1-112 一质点沿半径为 $R = 10$ 厘米的圆周作匀速圆周运动，速率为 $v = 1.0$ 厘米/秒。

- (1) 求 $t = 0$ 秒至 $t = 1$ 秒的时间间隔内，平均加速度矢量与 $t = 0$ 秒时的加速度矢量间的夹角；
- (2) 求 $t = 0$ 秒至 $t = 0.1$ 秒的时间间隔内，上述两个矢

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

量间的夹角；

(3) 若 $\Delta t \rightarrow 0$, 问上述夹角趋于多少?

1-113 一物体从静止出发沿半径为 $R=3.0$ 米的圆周运动，切向加速度为 $a_t = 3.0$ 米/秒。试问：

(1) 经过多少时间它的总加速度 α 恰与半径成 45° 角?

(2) 在上述时间内物体所通过的路程 s 等于多少?

1-114 匀速圆周运动的速度和加速度是否都恒定不变? 切向加速度总是等于零的运动是怎样的运动? 法向加速度总是等于零的运动又是怎样的运动?

1-115 详细讨论一下匀加速的圆周运动的速率 v 、切向加速度 a_t 、法向加速度 a_n 以及总加速度 α 各如何变化?

1-116 一个人造地球卫星在地球表面以上 640 公里的圆形轨道上运动, 今测得它绕地球一周的时间为 98 分钟, 求它在轨道上的向心加速度。(取地球半径 $R=6400$ 公里。)

1-117 某物体从静止开始以匀角加速度 $\beta = 0.4$ 弧度/秒² 加速转动, 问经过多少时间后, 它上面任何一点的加速度与该点速度夹角为 $\alpha = 76^\circ$?

1-118 一飞轮的角速度在 5 秒钟内由 900 转/分均匀地减至 800 转/分。求

(1) 角加速度;

(2) 在此 5 秒钟内的总转数;

(3) 问再需几秒钟后, 轮停止转动?

1-119 一个转动的飞轮, 当断开电源后由于轴承的摩擦力而使转动渐渐变慢。在第一分钟末的角速度为初角速度 ω_0 的 0.9 倍。假设摩擦力恒定不变, 求此飞轮在第 2 分钟末时的角速度。

1-120 (1) 一飞轮以匀角速度转动, 问它边缘上一点有切向加速度吗? 有法向加速度吗?

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(2) 一飞轮以匀角加速度转动，在它边缘上一点有切向加速度吗？有法向加速度吗？这些加速度是否大小不变？

1-121 测量光速的方法之一是旋转齿轮法，一束光线通过轮边齿间空隙到达远处的镜面上，在反射回来时，刚好通过相邻的齿间空隙。假设这齿轮的半径为 5.0 厘米，在轮边共有 500 个齿。当镜与齿的距离为 500 米时，测得的光速为 3.0×10^5 公里/秒。试问：

- (1) 这齿轮的(匀)角速度为多大？
- (2) 在齿轮边缘上一点的线速率多大？

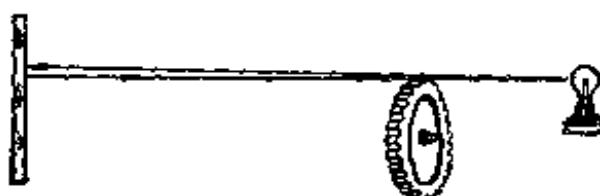


图 1-121

1-122 一俯冲轰炸机以不变的速率 450 公里/时俯冲后，急离俯冲线而改为沿一竖直平面内的圆形路线飞行。试问：

- (1) 要使飞机在圆的最低点的加速度不超过 $7g$ ，问此圆形路线的最小半径是多少？
- (2) 设驾驶员的体重为 60 公斤，问当飞机在圆形路线最低点时，他的视重是多少？(视重是此时飞行员对坐位的压力)

1-123 一质点沿半径为 10 厘米的圆周运动，其角位移 θ (以弧度表示)可用下式来表示

$$\theta = 2 + 4t^3$$

其中 t 的单位是秒。试问：

- (1) 在 $t=2$ 秒时，它的法向加速度和切向加速度各是多少？
- (2) 当 θ 角等于多少时，其总加速度与半径成 45° 角？

1-124 一物体以 40 米/秒的初速率，与水平成 53° 仰角投出。

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

求轨迹上以下各点处的曲率半径 ρ :

- (1) 最高点;
- (2) 投出后 4 秒末物体到达的那一点;

大致作一草图表明 $\rho-t$ 的关系。(略去空气阻力。)

1-125 地球 24 小时自转一周，地球的平均半径为 6378 公里。试求:

- (1) 地球自转的角速度，分别以弧度/秒和弧度/时表示;
- (2) 赤道上一点的切向速度和法向加速度;
- (3) 北京(北纬 40°)的切向速度。

1-126 已知赤道上物体的向心加速度约为 3.4 厘米/秒²。设在赤道上的重力加速度为 980 厘米/秒²。试问:

- (1) 地球自转快到什么程度时(即相当于现有的自转速度多少倍)赤道上物体的重量为 0?
- (2) 再快些会怎样?

1-127 一轮子有 12 根等距相间的细辐条，在转动时对它作曝光 0.04 秒的摄影。在照片上看到：每根辐条都转过两相邻辐条间的夹角之半。求转动的角速度。

1-128 (1) 一圆盘上有一黑色的扇形(圆心角为 40°)，圆盘绕通过圆心而与其平面垂直的轴转动(如图 1-128)，转数为 $n=1500$ 转/分。若在暗室中以每秒钟闪 100 次的光照射它，而每次闪光延续的时间为 0.003 秒，问在圆盘上将可看见什么现象?

- (2) 如(1)中圆盘的 $n=1470$ 转/分，则结果如何?

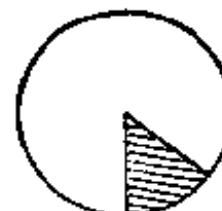


图 1-128

1-129 飞机以 360 公里/时的速度由东向西飞行。

- (1) 在什么地理纬度处飞机上的人可以看见太阳不动

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

地停在空中？

(2) 若在极地附近沿纬线以圆轨道由东向西飞行，可以看见什么现象？

1-130 一质点在半径为 R 的光滑球面上运动，轨道在竖直平面内，它在某点的速度为 v ， v 与水平面的夹角为 θ 。证明：

(1) 当 $v^2 < Rg \cos \theta$ 时，它在该点就不会离开球面。

(2) 当 $v^2 = Rg \cos \theta$ 时，它在该点正离开球面。

§ 6. 相 对 运 动

1-131 一人向东前进，其速率为 $v_1 = 50$ 米/分，觉得风自正南方吹来；假若他把速率增大至 $v_2 = 75$ 米/分，便觉得风从正东南方吹来。求风的速度 v 。

1-132 以不同的速率同时向不同方向抛出两物体。证明：在运动的时候，若不计空气阻力，它们的相对速度固定不变（即大小和方向都固定不变）。

1-133 甲乙两船，甲以 10 公里/时的速度向东航行，乙以 15 公里/时的速度向南航行。问坐在乙船上的人看来，甲船的速度如何？坐在甲船上的人看来，乙船的速度又如何？

1-134 有一汽车尾部敞开，顶蓬只能盖到 A 处（如图 1-134），乘客可坐到车尾 B 处， AB 联线与竖直方向成 $\varphi = 30^\circ$ 角。这汽车正在平直公路上冒雨行驶，当它的速率为 $v_1 = 6$ 公里/时时， C 点刚好不被雨点打着；若它的速率为 $v_2 = 18$ 公里/时时，则 B 点就刚好不被雨点打着。求雨点的速度 v 。

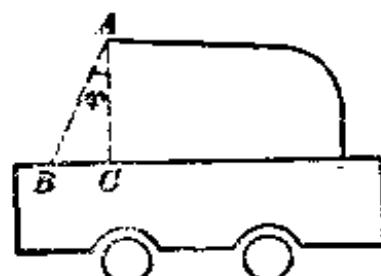


图 1-134

1-135 有一水平飞行的飞机，速度为 v_0 ，在飞机上安置一门大炮，炮弹以水平速度 v 向前射击。略去空气阻力，

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

- (1) 以地球为参考系, 求炮弹的轨迹方程;
- (2) 以飞机为参考系, 求炮弹的轨迹方程;
- (3) 以炮弹为参考系, 飞机的轨迹如何?

1-136 两艘军舰分别以速率 v_1 和 v_2 平行相向航行, 相互距离在大炮射程之内。其中之一向另一舰开炮射击, 欲使炮弹击中对方必须怎样瞄准? 设射击时两舰恰位于垂直于航行方向的直线上上, 炮弹的速度 v_0 可认为是不变的, 忽略空气阻力。

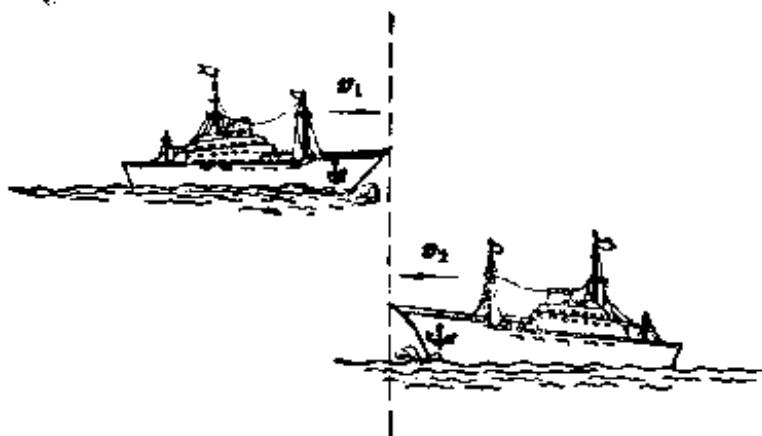


图 1-136

1-137 长江北岸两个码头甲和乙相距 $L=100$ 公里, 甲在上游, 有快艇来往于其间。快艇从甲到乙需时间 $t_1=4.0$ 小时, 从乙到甲则需时间 $t_2=10$ 小时, 求水流速速度 v_1 和快艇相对于河水的速率 v_2 。

1-138 渔人在河中乘舟逆流航行, 经过某桥下时, 一只水桶落入水中, 半小时后他才发觉, 即回头追赶。在桥的下游 5.0 公里处赶上。设渔人顺流及逆流相对水的划行速率不变, 求水流速率。

1-139 甲乙两列火车在相邻的轨道上相向开行, 甲的速率为 v_1 , 乙的速率为 v_2 。从甲车上投一物到乙车上。设投掷速率为 v_0 , v_0 在物体运动的全部时间内可认为是不变的, 其方向在水平面内, 从甲车上看与列车行驶方向垂直, 试问:

- (1) 物体的轨迹在路基上的投影与铁轨所成的角 $\varphi_1 = ?$

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(2) 物体的轨迹在乙车上的投影与乙车边缘所成的角度 $\varphi_2 = ?$ (乙车边缘和甲车行驶方向平行。)

(3) 物体相对于路基的速度 v' 和相对于乙车的速度 v'' 。

1-140 摄影师到铁路的距离为 L , 现欲拍摄以速度 v 行驶着的火车头的像, 拍照时从摄影师到火车头的视线与铁路的夹角为 α , 设相机物镜的焦距为 f , 在底片上所容许的模糊距离(即在底片上像运动的距离, 不能超过 d , 求曝光时间的最大值 t_{\max} 。

1-141 假定一架飞机从 A 向东飞到 B , 而后又向西飞回到 A 。设气流相对于地面的速率为 u , AB 间的距离为 L , 飞机相对于空气的速率 $|v'| = v'$ 保持不变。

(1) 假定 $u=0$ (空气静止), 证明: 来回飞行的时间为

$$t_0 = \frac{2L}{v'};$$

(2) 假定气流的速率向东(或向西), 证明: 来回飞行的总时间为

$$t_E = \frac{t_0}{1 - \frac{u^2}{(v')^2}};$$

(3) 假定气流的速率向北(或向南), 证明: 来回飞行的总时间为

$$t_N = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{(v')^2}}}.$$

1-142 一架飞机以相对于空气的匀速率 u 直线飞行, 从 A 飞到 B 再飞返, 从 A 到 B 的距离是 L 。如果速率为 v 的风的吹向有下列三种情况:

(1) 沿着从 A 到 B 的直线;

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(2) 垂直于从 A 到 B 的直线；

(3) 与 A 到 B 的直线成 θ 角。

计算往返一次各需要的时间。证明，由于风的存在，往返时间总是比无风时增加。

1-143 一轮船以速率 $v_1 = 25$ 公里/时匀速直线地行驶，另有一小汽艇在其前方以速率 $v_2 = 40$ 公里/时垂直于其航线行驶，问在轮船上看到汽艇是怎样运动的？

1-144 在 12:00 时，船 A 在某港口之东 10 公里和之北 20 公里处，以 40 公里/时的速度沿北偏东 30° 的方向航行。在同一时间，船 B 在港口之东 50 公里和之北 40 公里处，以 20 公里/时的速度沿北偏西 30° 的方向航行。

(1) 画出情况图，并求 B 相对于 A 的速度。

(2) 如果两条船各按原速度继续运动，问它们相互间的最近距离是多少？出现在什么时候？

1-145 一条船平行于平直海岸线航行，船离岸的距离为 D ，船速为 V_0 ，一艘速率为 v ($v < V_0$) 的海上警卫小艇从港口出发沿直线航行去拦截这条船。

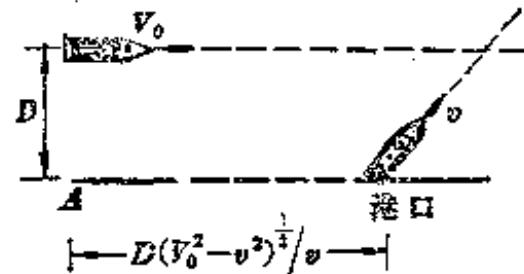


图 1-145

(1) 证明：小艇必须在这条船驶过海岸线的某一特定点 A 之前出发，这点在港口后边 $D(V_0^2 - v^2)^{1/2}/v$ 处。

(2) 如果快艇在尽可能迟的瞬间出发，它在什么地方和什么时候截住这条船？

1-146 一个人在静水中的划船速率是 4.0 公里/时，

(1) 现在他在一江中划行，江水速率是 2.0 公里/时。如果他想从岸边出发，到达正对面的江岸，他应当以怎样的方向划行？

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(2) 设江阔4.0公里, 按上述选定的方向, 他要多少时间才能渡过去?

(3) 如果他希望用最短时间渡江, 他应当以怎样的方向划行?

1-147 一飞机在海上布雷, 当它在水面上高为 h 的地方, 以速率 v 沿水平方向飞行时, 要想使鱼雷入水时, 鱼雷不与水面发生拍击, 即相对于鱼雷来说, 水的速度完全沿鱼雷的轴线方向。设鱼雷从投下到入水, 它的轴线与水平面的夹角 θ 不变。略去空气阻力, 问这飞机投下鱼雷时, 应使 θ 等于多少?

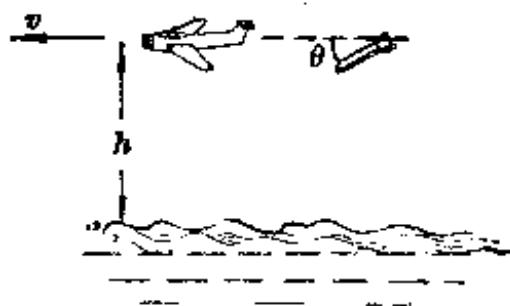


图 1-147

第二章 力 牛顿定律

§ 1. 力

2-1 用正交分解法求图 2—1 所示诸力的合力。(1) $F_1 = 200$ 公斤力, 沿 X 轴向右; (2) $F_2 = 300$ 公斤力, 向右, 与 X 轴正方向成 60° 夹角; (3) $F_3 = 100$ 公斤力, 向右, 与 X 轴正方向成 45° 夹角; (4) $F_4 = 200$ 公斤力, 铅直向下。

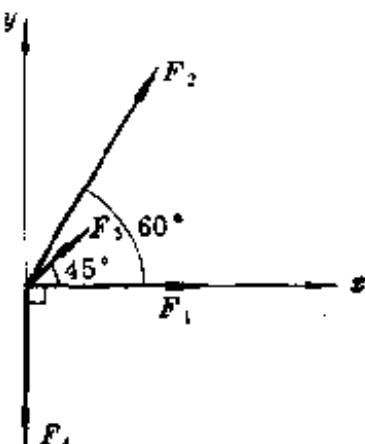


图 2-1

2-2 把一个 5 公斤的重物挂一根绳的中间。你能否把绳拉成水平?

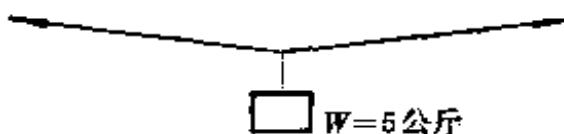
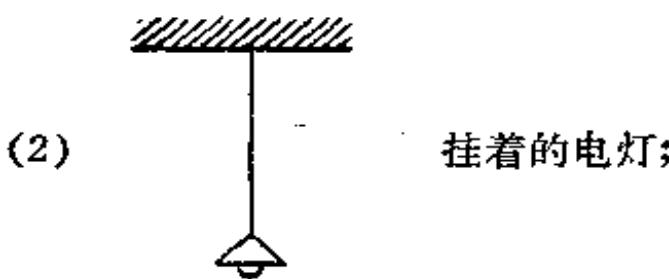
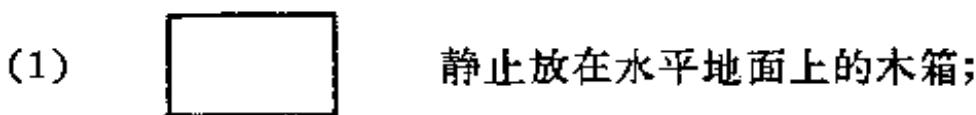


图 2-2

2-3 分析图 2-3 中所示的物体所受的力和这些力的反作用力, 指出它们的方向和施力物体。



答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

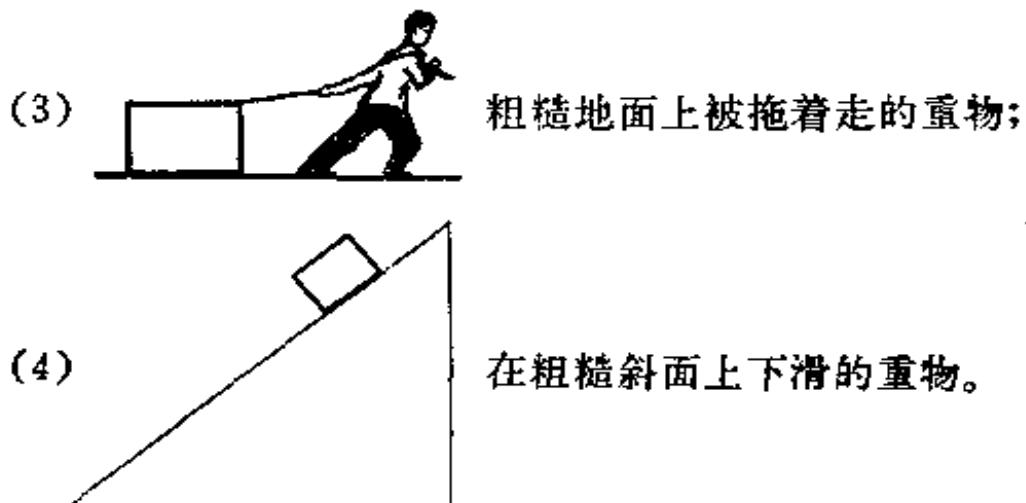


图 2-3

2-4 某一倔强系数为 k 的弹簧受力 F 后, 长度改变为 ΔL , 而后达到平衡。如果施力改为 $F + \Delta F$, 由于力 ΔF 的作用弹簧又伸长 ΔL_2 , 试证明:

$$\Delta F = k\Delta L_2。$$

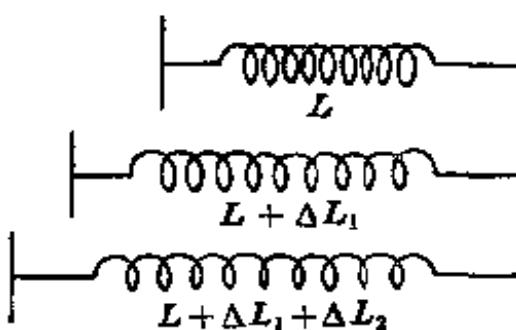


图 2-4

2-5 自然长度相同、倔强系数分别为 k_1 和 k_2 的两个弹簧。
证明:

(1) 这两弹簧串联其

$$\text{倔强系数 } k \text{ 满足 } \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}；$$

(2) 这两弹簧并联其倔强系数 k 满足 $k = k_1 + k_2$ 。

2-6 用倔强系数分别为 k_1 和 k_2 的两个弹簧秤把两个重量分

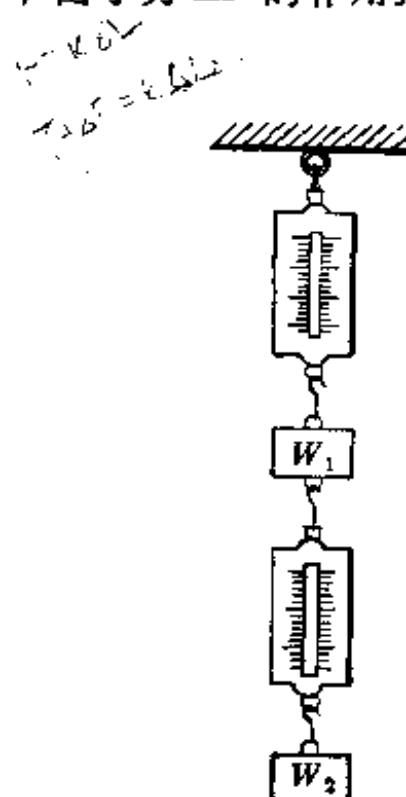


图 2-6

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

别为 w_1 和 w_2 的物体串联吊起来，如图 2-6 所示。若略去弹簧秤的自重，问这两个弹簧秤的读数各为多少？

2-7 僵强系数分别为 k_1 、 k_2 和 k_3 的三个弹簧，自然长度分别为 l_1 、 l_2 和 l_3 。把它们的三个端点联在一起，另外三个端点分别拴在同一平面上的 $M_1(x_1, y_1)$ 、 $M_2(x_2, y_2)$ 、 $M_3(x_3, y_3)$ 三点。平衡时三个弹簧的长度都大于它们的自然长度。设弹簧的质量可以略去不计，求联在一起的 P 点的坐标 x, y 所满足的方程。

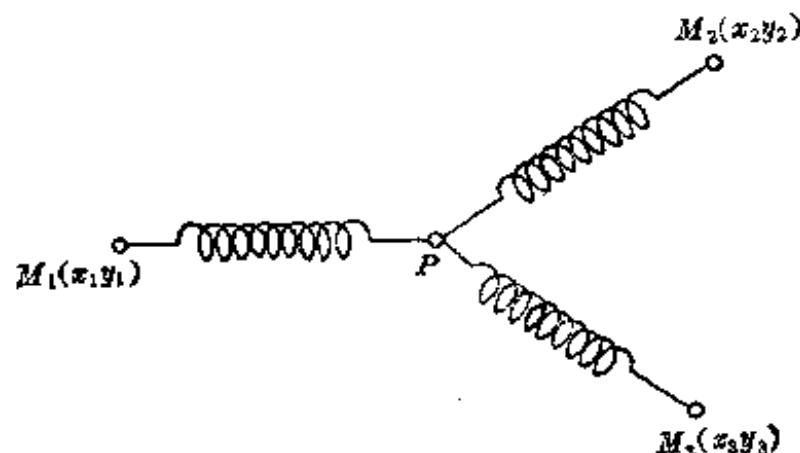


图 2-7

2-8 把一弹簧秤放在一光滑的水平桌面上，一端固定在墙壁上，如图 2-8 所示，另一端用 $F = 2$ 公斤的方向左拉它，这时弹簧秤的读数为 2 公斤。如将固定端由墙壁取下，改为由人去拉，拉的力也是 2 公斤。问这时弹簧秤指示为多少公斤？

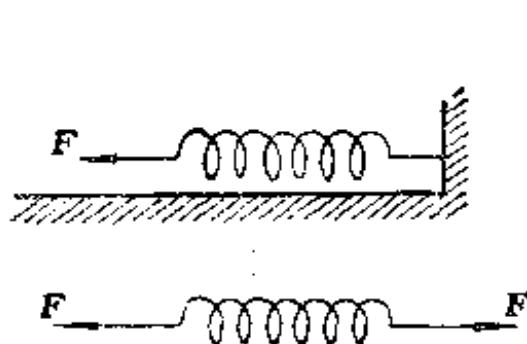


图 2-8

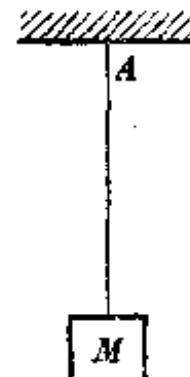


图 2-9

2-9 一绳的上端系在天花板上的 A 点，下端系一物体 M ，整

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

个系统静止不动。有人说：绳子拉 M 向上的力和 M 所受向下的重力是一对作用力和反作用力，所以它们大小相等而方向相反，因此 M 静止不动。这个分析对吗？

2-10 欲使静止在湖中的船靠岸，将绳的一端拴在岸边的树上，船上的人用力 F 拉绳；或绳的一端拴在船上，岸上的人用同样的力 F 拉绳；或岸上船上各一人，同时用同样大小的力 F 拉绳。问在上述三种情况下船靠岸所需的时间哪一种最短？

2-11 甲乙两队拔河比赛，甲队赢了，甲队拉乙队的力是否比乙队拉甲队的力大些？为什么？如果甲队拉乙队的力等于乙队拉甲队的力，为什么还会有输赢？若是考虑绳子的质量呢？

2-12 两只相同的拖船，每只质量为 m ，在一平直河道里，前后排列着，并由一汽船牵引着前进。设每只拖船受到的阻力为恒力 f ，问在汽船以匀速前进和以加速度 a 前进时，牵引绳中的张力各等于多少？

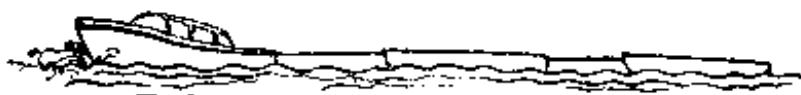


图 2-12

2-13 质量为 m_1 、 m_2 和 m_3 的三个物体放在水平桌面上，其间用水平的细绳相连。物体与桌面间的摩擦系数为 μ 。设一水平力 F 作用在 m_1 上。若物体保持静止，试求 A 、 B 、 C 三点绳子中的张力。



图 2-13

2-14 在光滑的水平桌面上放有三个相互接触的物体，它们的质量分别为 $m_1 = 200$ 克、 $m_2 = 300$ 克、 $m_3 = 1.00$ 公斤。若用一个 $F = 5.00$ 公斤的力沿水平方向作用于 m_1 的左方，如图 2-14(1) 所示。试问：

(1) m_2 和 m_3 的左边所受的力各等于多少？

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(2) 若 m_3 的右方紧靠着墙(不能动)，如图 2-14(2) 所示，这时 m_2 、 m_3 的左边所受的力各等于多少？

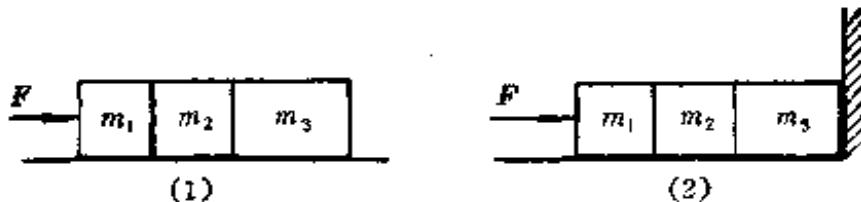


图 2-14

2-15 两个相同的物体，分别拴在一根细绳的两端，放在光滑的水平桌面上。绳子能承受的最大拉力为 2 公斤。欲使绳子被拉断，沿绳的方向至少要用多大的力作用到其中的一个物体上？如果桌面不是光滑的，问这个力的大小是否要改变？

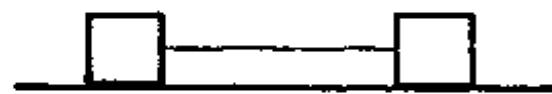
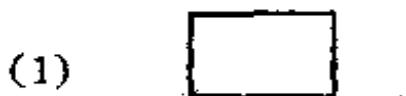


图 2-15

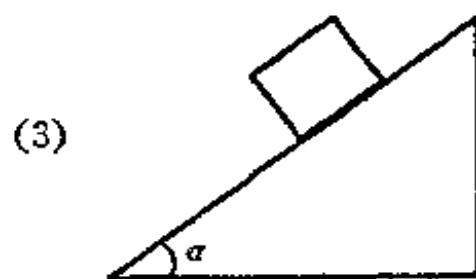
2-16 说明下列情况下摩擦力的大小和方向。已知静摩擦系数为 μ_0 ，滑动摩擦系数为 μ 。



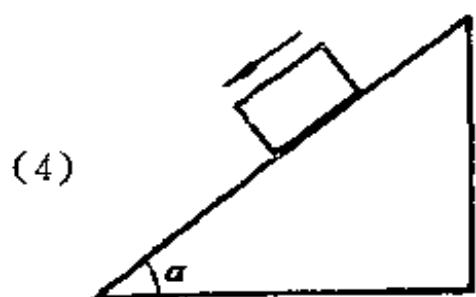
在水平地面上静止的木箱；



用水平方向的力推水平地面上放着的木箱，木箱不动；



物体在斜面上静止不动；



物体在斜面上向下滑；

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

(5)



在传送带上被传送的物体，物体与传送带之间无相对运动。

图 2-16

2-17 一物体重 20 公斤，静止在水平桌面上。物体与桌面间的静摩擦系数为 0.40，滑动摩擦系数为 0.20。试问：

- (1) 如果用 5.0 公斤的力沿水平方向推这个物体，这个物体所受到的摩擦力是多少？
- (2) 如果(1)中的水平力增大一倍，摩擦力是多少？
- (3) 用水平方向的力推这个物体，使它开始滑动的最小力是多少？
- (4) 当物体开始运动后，维持物体匀速运动的力是多少？



图 2-17

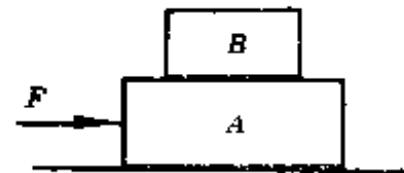


图 2-18

2-18 物体所受摩擦力的方向是否必定和它的运动方向相反？

设物体 A, B 叠放在水平光滑桌面上， A, B 间的摩擦系数 $\mu \neq 0$ 。一力 F 沿水平方向作用在物体 A 上，使两物体在桌面上一起运动，求物体 B 所受的摩擦力。

2-19 为了演示质量为 M 的木块与水平桌面间的摩擦力，做了如图 2-19 所示的装置。设滑轮轴承处光滑，滑轮和绳子的质量可略去不计，且绳子不会伸长。开始时木块在桌面上静止不动，逐步加大 A 处吊着的砝码，当砝码加大到质量为 m 时，木块开始滑动。经 t 秒后木块滑过距离 s 。求木块与桌面间的静摩擦系数 μ_0 。

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

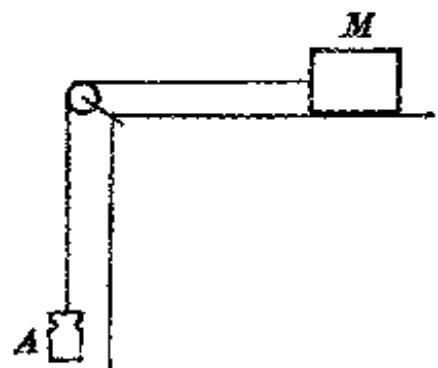


图 2-19

和滑动摩擦系数 μ 。

2-20 一个物体静止在一个倾角可变的斜面上，当倾角增大到 θ_0 时，物体开始滑动。问此物体与斜面间的静摩擦系数是多少？当 $\tan \theta < \mu$ 时，物体如何运动？

2-21 两本书 A 和 B 逐页交叉地叠放在一起，放在水平桌面上，如图 2-21 所示。设每页书的质量为 5.0 克，每本书共 200 页，纸与纸之间的静摩擦系数为 0.3。

A 固定不动，用向右的水平力 F 把 B 抽出，求 F 的最小值。



图 2-21

2-22 两人各自将两个相同的物体推上同一斜坡。一人推力 f' 的方向与斜面平行，另一人的推力 f 沿水平方向，设已知滑动摩擦系数为 μ 和斜坡的倾角为 α ，求这两人的推力之比。

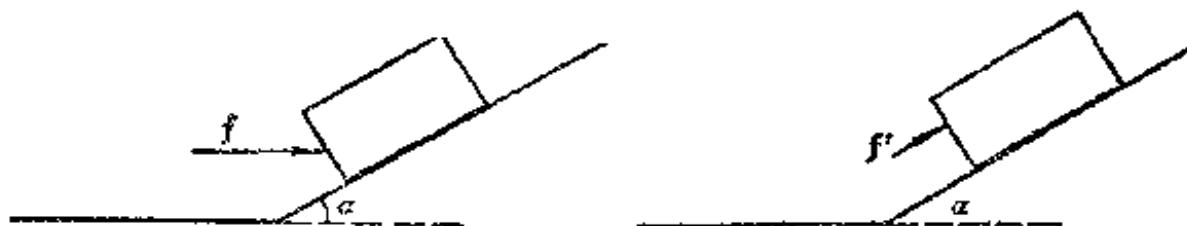


图 2-22

2-23 重 6.0 吨的汽车拖着一个 2.0 吨重的拖车，它们以 0.20 米/秒² 的加速度自车站开出。若所受的摩擦力为车重的 0.01 倍，问汽车的牵引力和汽车拉拖车的力各为多少？

2-24 A 、 B 两物体叠放在水平桌面上， A 在上， B 在下。 A 与 B 间的静摩擦系数为 μ_1 ， B 与桌面间的滑动摩擦系数为 μ_2 。今有一与水平面夹角为 α 的推力作用在 A 上，使 A 和 B 一起运动，求 A 对 B 的作用力。讨论 F 等于多大时，物体 A 、 B 间才开始发生相对

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

运动？

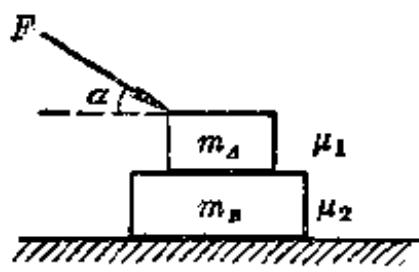


图 2-24

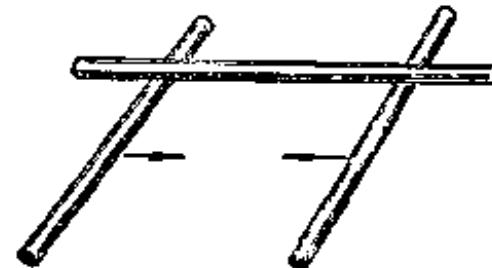


图 2-25

2-25 在同一水平面内，有两相同的棒互相平行放置，上面放有一长为 L 的棒，然后用力使下面的两个棒往一起并拢。如图 2-25 所示。实验发现，上面的棒相对于它们的运动不是单向地而是交替换向地进行，直到两棒并拢为止，而并拢处刚好是上面的棒的重心。请定性地说明其理由。

2-26 一甲虫在一半球形碗内向上爬。已知球面半径为 R ，甲虫与碗内表面的摩擦系数为 0.25。问它可以爬到多高？

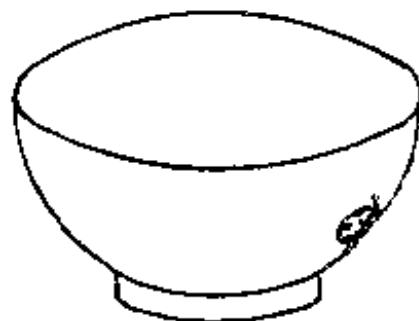


图 2-26

2-27 一自重为 2.0 吨的汽车，载 4.0 吨重的货物，设汽车和货物的重心都在前后轴之间中点的正上方，欲使它以 $0.2 \text{ 米}/\text{秒}^2$ 的加速度运动，问在忽略其它阻力的情况下，汽车主动轮的外胎和路面间的摩擦系数最小应是多少？分别就下面两种情形进行讨论：

- (1) 全部车轮都起主动作用；
- (2) 只有后边两个车轮起主动作用。

2-28 某卡车载货重为卡车自重的三倍，卡车的前后轴相距 3.0 米，货和车的共同的重心在前后轴之间中点的正上方。现发现该卡车驶上一个 10° 的斜坡时其主动轮(后轮)开始打滑，若要使这卡车驶上 15° 的斜坡，应把货物往后移动多少距离？(设两斜坡

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

的摩擦系数相同。)

§ 2. 静 力 学

2-29 如图 2-29 所示，悬挂物体的重量均为 $W = 100$ 公斤。设物体都静止不动，撑杆和吊绳的质量不计，求各吊绳中的张力的大小和方向以及撑杆中的力的大小和方向。

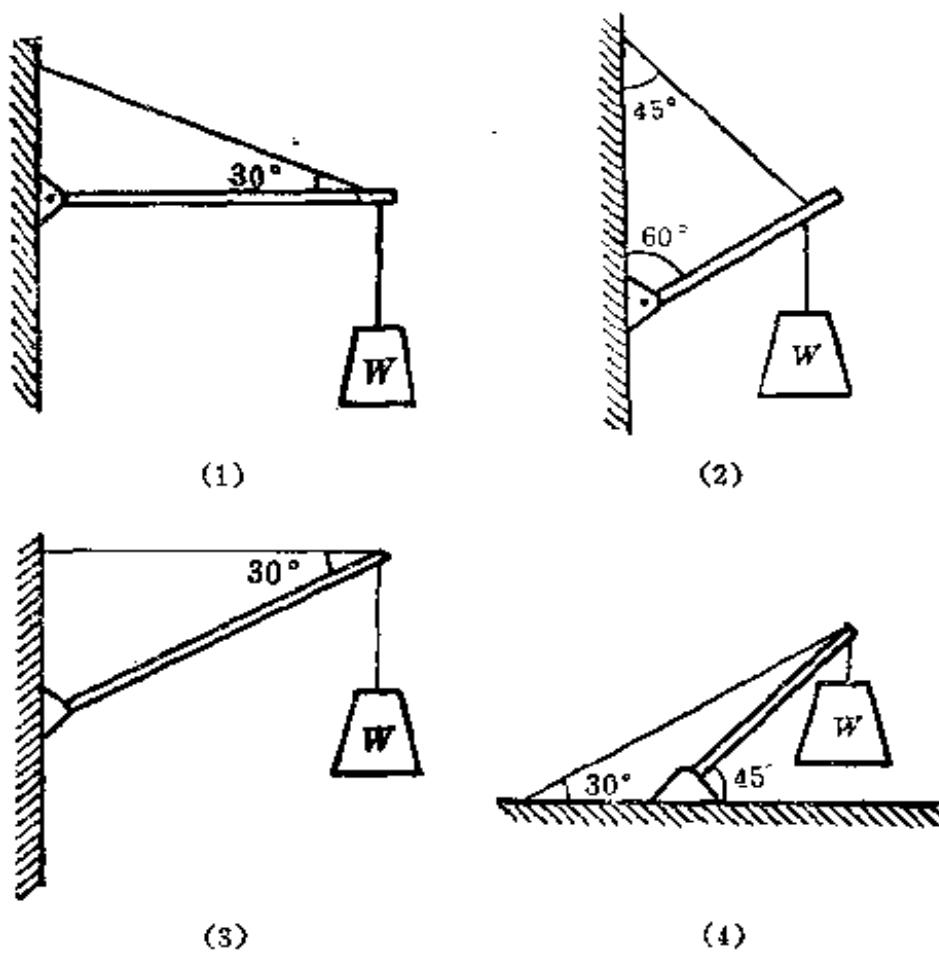


图 2-29

2-30 一个半径为 20 厘米、重量为 4.0 公斤的光滑球，用细绳将其挂在光滑墙壁上，如图 2-30 所示。 AB 间距离为 40 厘米，略去绳子质量，求球对墙壁的压力。

2-31 用穿过钢管的绳索起吊钢管，如图 2-31 所示。已知钢管重 1.8 吨，长 2.0 米，厚度可略去不计。钢索能承受的最大拉力为 1.5 吨重，问钢索全长至少应为多少？

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

2-32 一重为 W 的均匀球，静止在倾角分别为 α 和 α' 的两光滑斜面之间，求球对这两斜面的压力。

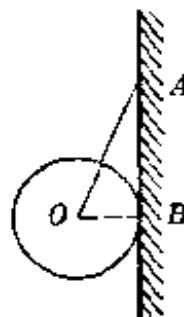


图 2-30

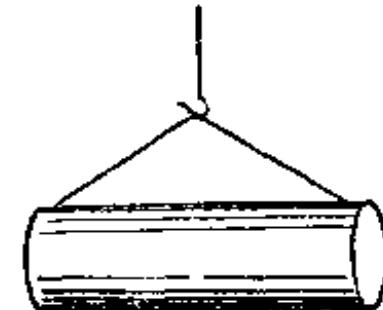


图 2-31

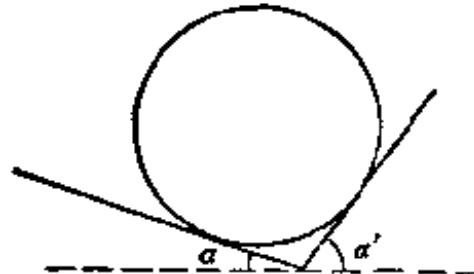


图 2-32

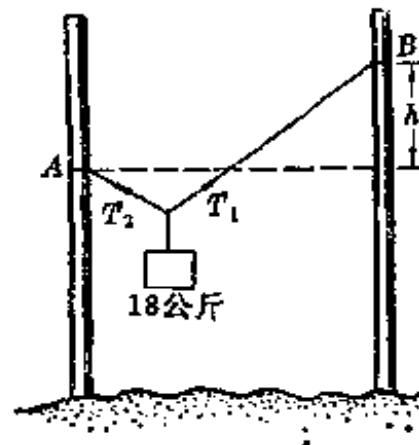


图 2-33

2-33 在相距 4.0 米的两根竖直立着的柱上拴一 5.0 米长的绳子 AB ，绳子的两端点的高度差为 h ，绳上挂一个 18 公斤的重物，挂勾可在绳上无摩擦地滑动，如图 2-33 所示，略去绳子的质量，当重物静止时，

- (1) 求两段绳中的张力 T_1 和 T_2 ；
- (2) 张力与 h 的关系如何？

2-34 一细绳（质量可略去不计）全长为 8.0 米，两端分别固定在两个高度相同、相距 5.5 米的柱子上。两个重物挂在绳子的两点，一点距绳子的一端为 3.0 米，另一点距绳子的另一端为 2.0 米，如图 2-34 所示。若两物体之间的绳子处于水平状态，问此两物体重量之比是多少？

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

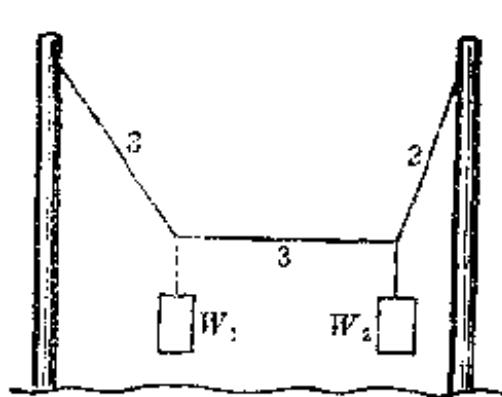


图 2-34

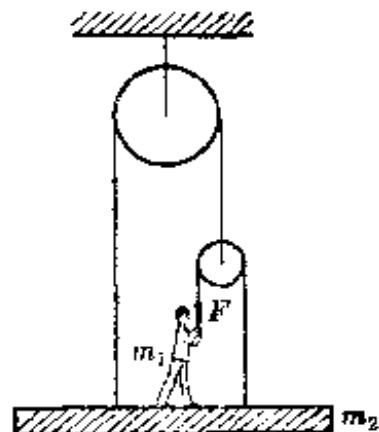


图 2-35

2-35 一机械装置如图 2-35 所示，人的质量为 $m_1=60$ 公斤，人所站着的底板的质量为 $m_2=30$ 公斤。设绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承的摩擦力都可略去不计，若想使所站着的底板在空中静止不动，此人应以多大的力量 F 拉住绳子？

2-36 将一个用弹簧秤吊着的重量为 20 公斤的均匀球，放在倾角为 30° 的光滑斜面上静止不动，如图 2-36 所示。如果秤的读数为 10 公斤。当弹簧秤的重量略去不计时，试问：

- (1) 弹簧秤与铅直方向的夹角 α 等于多少？
- (2) 球对斜面的压力等于多少？

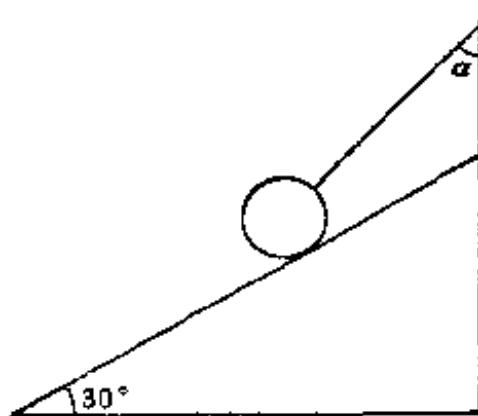


图 2-36

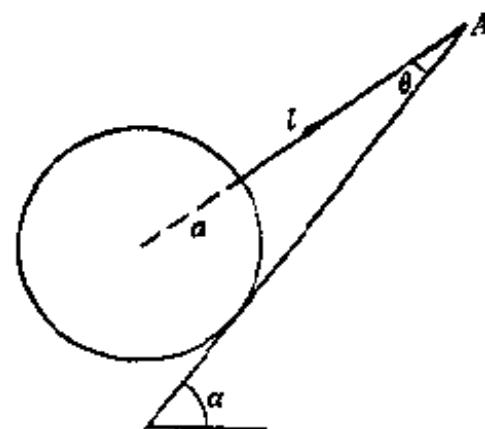


图 2-37

2-37 长为 l 的绳子一端拴着半径为 a 、重量为 W 的球，另一端拴在倾角为 α 的光滑斜面的 A 点上，如图 2-37 所示。证明：绳子中的张力 T 为：

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

$$T = \frac{W(a+l) \sin \alpha}{\sqrt{l^2 + 2al}}.$$

2-38 重量分别为 P 和 Q 的两个小环，套在一光滑的均匀大圆环上。长为 l 的细绳（质量可略去不计）的两端分别拴住 P 和 Q ，然后挂在光滑的钉子 O' 上，静止时 O' 在圆环中心的正上方， P 和 Q 到钉子的距离分别为 r 和 r' 。证明： r 和 r' 满足下式：

$$\frac{r}{Q} + \frac{r'}{P} = \frac{l}{Q+P}.$$

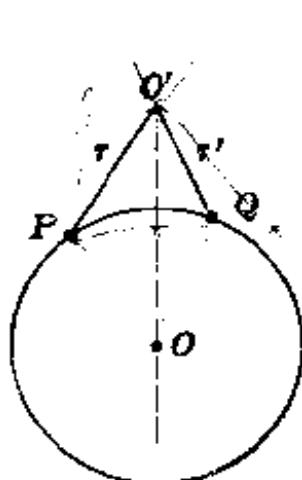


图 2-38

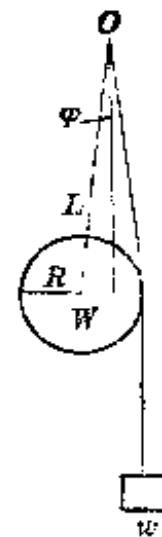


图 2-39

2-39 用细绳把半径为 R 、重量为 W 的均匀球体和重量为 w 的物体挂在一钉子 O 上，设球心到 O 的距离为 L ，如图 2-39 所示。若绳子质量以及绳子和球面间的摩擦均略去不计，求 L 与竖直方向间的夹角 φ 。

2-40 两个重量相等而粗糙程度不同的物体 m_1 和 m_2 ，分别固定在一细棒的两端，放在一倾角为 α 的斜面上，设 m_1 和 m_2 与斜面的摩擦系数为 μ_1 和 μ_2 ，并满足 $\tan \alpha = \sqrt{\mu_1 \mu_2}$ ，细棒的质量可略去不计，细棒不与斜面接触。如图 2-40 所示。证明：系统静止时，棒与斜面上最大倾斜线 AB 的夹角为

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{2\sqrt{2\mu_1 \mu_2}} \right).$$

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

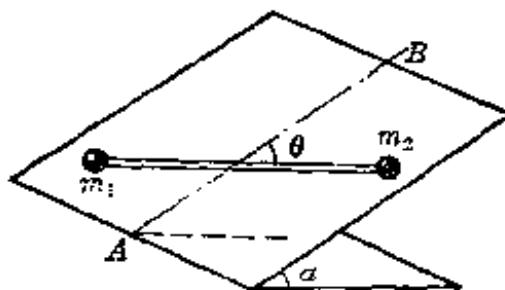


图 2-40

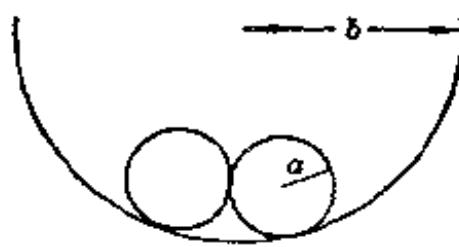


图 2-41

2-41 两个半径为 a 、重量为 W 的相同的光滑球，放在半径为 b 的光滑半球壳里静止不动，如图 2-41 所示。求两球之间和每个球对大球壳的压力。

2-42 在倾角为 α 的光滑斜面的上端有一定滑轮，一条细绳跨过该滑轮，一端穿过小车上的滑轮 P_1 后固定在斜面上边的 a 点，另一端吊着一动滑轮 P_2 ，如图 2-42 所示。如果跨过动滑轮 P_2 的绳子吊着的重物为 w ，斜面上小车的重量为 W ，绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及整个系统中的摩擦力均可略去不计，问当整个系统静止时，重物 w 和小车重量 W 的关系如何？

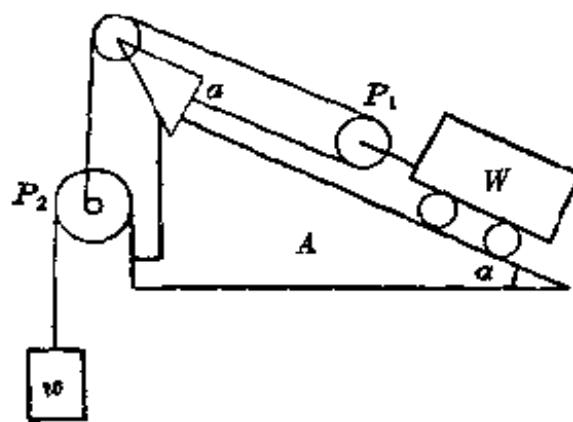


图 2-42

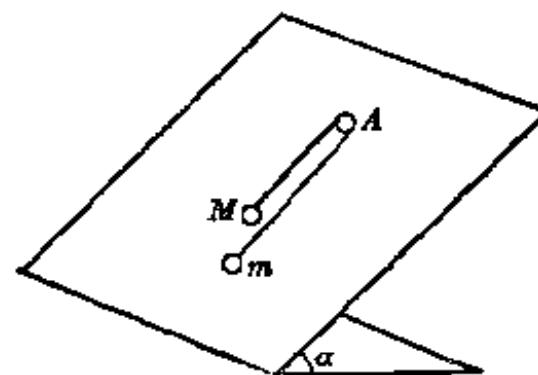


图 2-43

2-43 倾角为 α 的光滑斜面上钉着一光滑钉子 A ， A 上挂着一条绳子，绳子两端分别系着质量分别为 m 和 M ($M > m$) 的两个物体，如图 2-43 所示。设 m 和 M 与斜面之间的静摩擦系数均为 μ ，且 $\mu = \tan \alpha$ ，而 $\alpha > \epsilon$ ，绳子不与斜面接触且长度不变。证明：当物体静止时， m 与 M 质量之比为：

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

$$\frac{m}{M} = \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\alpha + \varepsilon)}.$$

2-44 用与水平面成 α 角的传送带为货车装煤，如图 2-44 所示。

(1) 设传送带匀速运动，求煤在传送带上不往下滑所需的最小静摩擦系数 μ_0 ；

(2) 设传送带匀加速运动，加速度为 a ，求煤在传送带上不往下滑动所需的最小静摩擦系数 μ_0 。

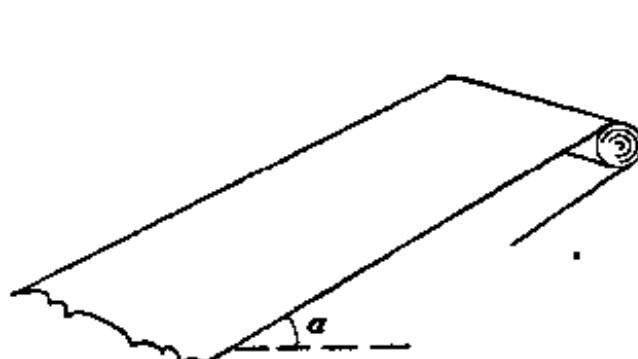


图 2-44

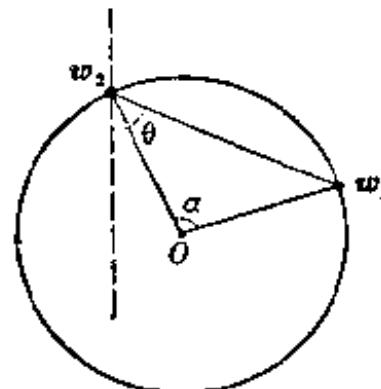


图 2-45

2-45 两个重量分别为 w_1 和 w_2 的小环，用细线连着套在一个竖直固定着的大圆环上，如果连线对圆心的张角为 α ，如图 2-45 所示，当小圆环与大圆环之间的摩擦力和线的质量都略去不计时，求证：连线与竖直方向的夹角 θ 满足：

$$\tan\theta = \frac{w_1 - w_2}{w_2 + w_1} \cot\frac{\alpha}{2}.$$

2-46 用细绳拴住两个重量分别为 w_1 和 w_2 ($w_2 > w_1$) 的质点，放在一表面光滑的圆柱面上，圆柱的轴是水平的，绳长为圆柱横截面周长的 $\frac{1}{4}$ 。如图 2-46 所示。若绳的质量和摩擦力都略去不计，当 w_1 和 w_2 静止时， w_1 处的细绳与水平面的夹角 α 等于多少？

2-47 用 1.5 米长的绳子 AB 把质量为一公斤的物体拴在一

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

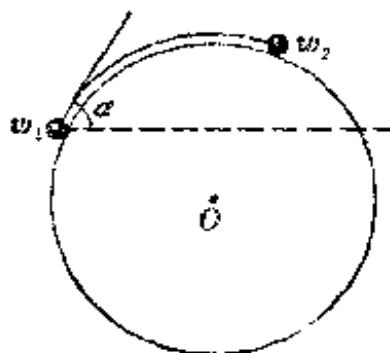


图 2-46

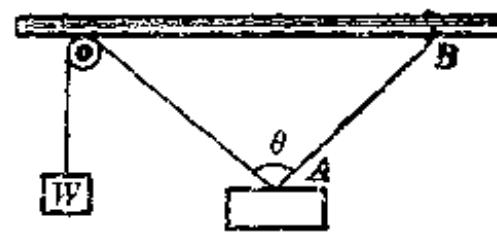


图 2-47

一个环上，环可以在一水平杆上自由移动，环与杆之间的静摩擦系数为 0.75。第二根绳子的一端也拴在这个物体上，另一端则跨过定滑轮后吊着一重量为 W 的物体，如图 2-47 所示。若滑轮在环的左边 2.4 米的地方， W 刚要使环沿杆滑动，设环、绳子及定滑轮的质量、定滑轮轴承处的摩擦力均略去不计。试问：

- (1) 物体的重量 W 等于多少？
- (2) 绳子 AB 中的张力 T 等于多少？
- (3) 两根绳子间的夹角 θ 等于多少？

2-48 一长为 l 的细线，两端各系一个重量为 W 的小环，小环套在一水平杆上。线的中点挂一重为 $2W$ 的物体，如图 2-48 所示。设环与杆之间的静摩擦系数为 μ ，不计细线的质量，问两环在杆上不动时，它们之间的最大距离是多少？

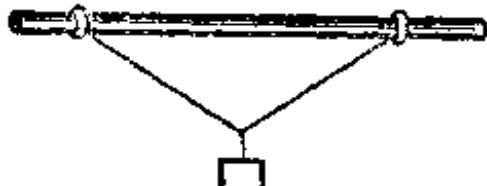


图 2-48

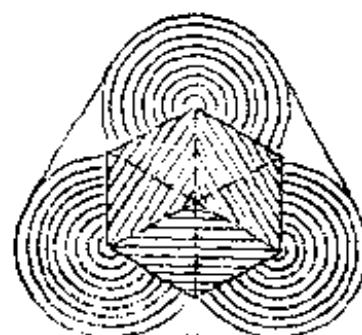


图 2-49

2-49 三个相同的光滑刚体球，用细绳捆着放在光滑水平面上，一重量为 W 的立方体放在三球中间的空档里，立方体的对角线

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

竖直，其俯视图如图 2-49 所示。假定球与球之间无作用力，求证：物体平衡时绳中的最小张力 T 为：

$$T = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} W.$$

2-50 把一段单位长度的质量为 λ 的绳子 AB 放在平放着的光滑的圆木上， A 端固定在圆木的最高点，绳长等于该圆木的 $\frac{1}{4}$ 周长，如图 2-50 所示。圆木的半径为 R 。

(1) 画出 θ 与 $\theta + \Delta\theta$ 之间这一小段绳子的受力图，求出绳中张力 T 的表示式。并证明，绳子上端的张力 $T_A = \lambda R g$ ；

(2) 写出圆木作用在 θ 与 $\theta + \Delta\theta$ 之间小段绳子上的法向力 N 的表示式。对这个力的水平分量求积分（对整段绳子），其结果等于 T_A ，试说明这个结果的物理意义。

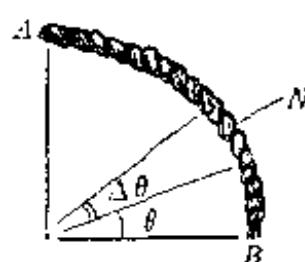


图 2-50

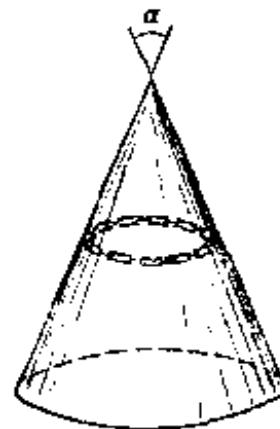


图 2-51

2-51 如图 2-51 所示，一长为 L 、质量为 M 的均匀链条套在一表面光滑、顶角为 α 的圆锥上，当链条在圆锥面上静止时，链条中的张力是多少？

2-52 把用金属丝做成的直角三角形框架 ABC 坚直地放在水平面上，直角边 AC 上套一小环 Q ，斜边 AB 上套一小环 P ， P 、 Q 的质量分别为 m_1 和 m_2 ，中间用细线连结着，如图 2-52 所示。设

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

环与框架间的摩擦系数为零，细线的质量可略去不计，当环在框架上平衡时

(1) 求连线与斜边间的夹角及连线中的张力；

(2) 证明：不论是 m_1 还是 m_2 套在斜边上，斜边上的环的位置一定高于直角边的环的位置。

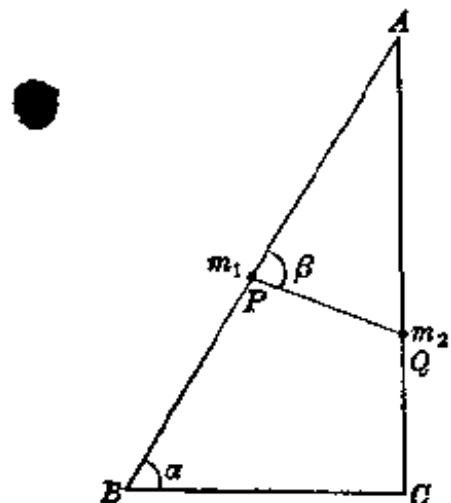


图 2-52

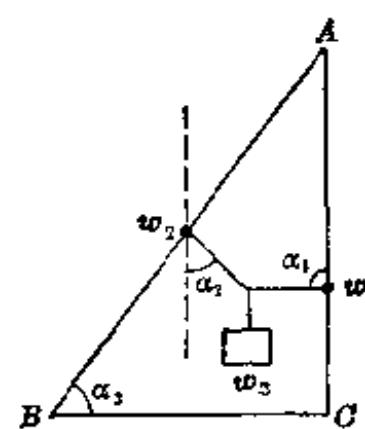


图 2-53

2-53 垂直于水平面放着一直角三角形框架 ABC ，在直角边 AC 和斜边 AB 上各套一重量分别为 w_1 和 w_2 的小环，两环用质量可以忽略不计的细绳相连接，线的中点挂一重量为 w_3 的物体。如图 2-53 所示。求证：当 w_1 、 w_2 和 w_3 平衡时，若绳子与垂直方向夹角分别为 α_1 、 α_2 ，则有

$$\frac{\cot \alpha_1}{w_1} = \frac{\cot \alpha_2}{w_2} = \frac{\cot \alpha_3}{w_1 + w_2 + w_3}$$

2-54 沿斜面方向用力支持一重物，使其在斜面上静止不动。若斜面倾角为 α 时的最小支持力恰好等于斜面倾角为 β 时的最大支持力，证明：该重物与斜面间的静摩擦系数 μ 满足关系式：

$$\mu = \tan \frac{\alpha - \beta}{2}$$

2-55 一长为 L 的细杆，质量可略去不计，两端固定着重量分别为 W_1 和 W_2 的两个小球，杆和球一起放在一半径为 $R > L/2$ 的