

科目名称:

量子力学 434

2006 中科大 量子力学 答案

1, 解

(a)

$t=0$, 系统处于旧势的基态, 归一的波函数和能量本征值为

$$\psi(x,0) = \psi_1(x) = \sqrt{1/a} \cos[\pi x/2a], -a \leq x \leq a$$

$$E = E_1 = \pi^2 \hbar^2 / 8\mu a^2$$

$t>0$ 后, 势阱扩充, 新的定态能量本征态波函数和能量本征值分别为

$$\psi'_n(x) = \sqrt{1/2a} \sin[n\pi(x+2a)/4a],$$

$$E'_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / 32\mu a^2, n=1,2,3,\dots, -2a \leq x \leq 2a$$

新系统状态的一般波函数为

$$\psi'(x,t) = \sum_n c_n \psi'_n(x) e^{-iE'_n t/\hbar}$$

由波函数在 $t=0$ 时的连续条件 $\psi'(x,0) = \psi(x,0)$

$$\text{可得 } c_n = (\psi'_n, \psi_1) = \int_{-a}^a dx \psi'_n(x)^* \psi_1(x)$$

于是知 $t=t_0 > 0$ 时刻, 粒子处于新基态的几率为

$$P = |c_1 e^{-iE'_1 t_0/\hbar}|^2 = |c_1|^2$$

$$= \left| \int_{-a}^a dx \sqrt{1/2a} \cos[\pi x/4a] \sqrt{1/a} \cos[\pi x/2a] \right|^2$$

$$= 64/9\pi^2$$

(b) 系统能量平均值则和势阱未扩前一样, 为

$$\bar{E} = E_1 = \pi^2 \hbar^2 / 8\mu a^2.$$

2, 解

一维无限谐振子的哈密顿量为

$$H = \frac{1}{2\mu} \hat{p}^2 + \frac{1}{2} \mu \omega^2 \hat{x}^2$$

在坐标表象中, $\hat{x} = x, \hat{p}^2 = -\hbar^2 \frac{d^2}{dx^2}$

在动量表象中, $\hat{p} = p, \hat{x}^2 = -\hbar^2 \frac{d^2}{dp^2}$

这两个算符在两个表象中的关系是完全对称的, 考虑到哈密顿量里两个算符前面的系数, 只要作变换

$$\frac{1}{2} \mu \omega^2 x^2 \rightarrow \frac{1}{2\mu} p^2$$

科目名称:

量子力学 434

共 4 页 第 1 页