

* 说明：全部答题包括填空、选择题必须答在考点下发的答题纸上，否则，一律无效。

试题名称： 量子力学

1. (30 分) 一个质量为 μ 的粒子被限制在一维区域 $-a \leq x \leq a$ 运动， $t=0$ 时处于基态。今势阱突然向两边对称地扩展一倍，即可以在 $-2a \leq x \leq 2a$ 范围内运动。问

(a) $t = t_0$ (> 0) 时粒子处于新系统中基态的几率。

(b) $t=t_0$ 时，粒子能量的平均值。

2. (20 分) 一维谐振子的哈密顿量为

$$H = \hat{p}^2 / 2\mu + \mu\omega^2 x^2 / 2 \quad (x \in (-\infty, \infty))$$

在坐标表象中，它的能量本征态波函数为 $\psi_n(x) = N_n H_n(\alpha x) e^{-\alpha^2 x^2 / 2}$ ，这里 N_n 是归一化系数， H_n 为厄米多项式， $\alpha = \sqrt{\mu\omega / \hbar}$ 。试在动量表象中求出它的能量本征值和相应的波函数。

3. (30 分) 电子处于自旋 $\vec{S}$ 在方向 $\vec{n} = (\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta)$ 上的投影 $\vec{S} \cdot \vec{n}$ 的本征态，本征值为 $\hbar/2$ 。

(a) 求出相应的本征波函数；

(b) 若在上面的态中，自旋的 x 分量和 y 分量有相等的均方差，请求出方向角 θ, ϕ 。