

Theory of Machines and Mechanisms (机械原理)

Chapter1 Introduction

Chapter2 Structural Analysis of Planar Mechanisms

Chapter3 Kinematic Analysis of Mechanisms

Chapter4 Planar Linkage Mechanisms

Chapter 5 Cam Mechanisms

Chapter 6 Gear Mechanisms

Chapter 7 Gear Trains

Chapter 8 Other Mechanisms in Common Use

Chapter 9 Balancing of Machinery

Chapter 10 Motion of Mechanical Systems and Its Regulation

Chapter 11 Efficiency of Machine

Chapter 5

Cam mechanisms

本章重点：

凸轮机构分析：包括用反转法确定从动件的运动规律和机构压力角。

凸轮机构设计：包括常用运动规律的特点及选择，盘状凸轮轮廓设计，以及凸轮机构基本尺寸的确定。

本章难点：

反转法思想的建立和应用。

5.1 Characteristics and Classification of Cam Mechanisms

5.2 Follower Motion Curves

5.3 plate Cam with Translating Roller (or knife-edge)

5.4 Plate Cam with Oscillating Roller Follower

5.5 Plate Cam with Translating Flat-faced Follower

5.1 Characteristics and Classification of Cam Mechanisms



Applications (Used for)

{ transmitting complicated and precise motion
Dwell(停歇)for a short time during a cycle

凸轮机构→从动件的加速度，速度，位移严格按
预定规律变化，原动件连续运动，从动件间歇运动

5.1.1 Characteristics of Cam Mechanisms

组成 { **cam —driver (具有曲线轮廓或凹槽的构件)**
a follower —the driven element
the frame

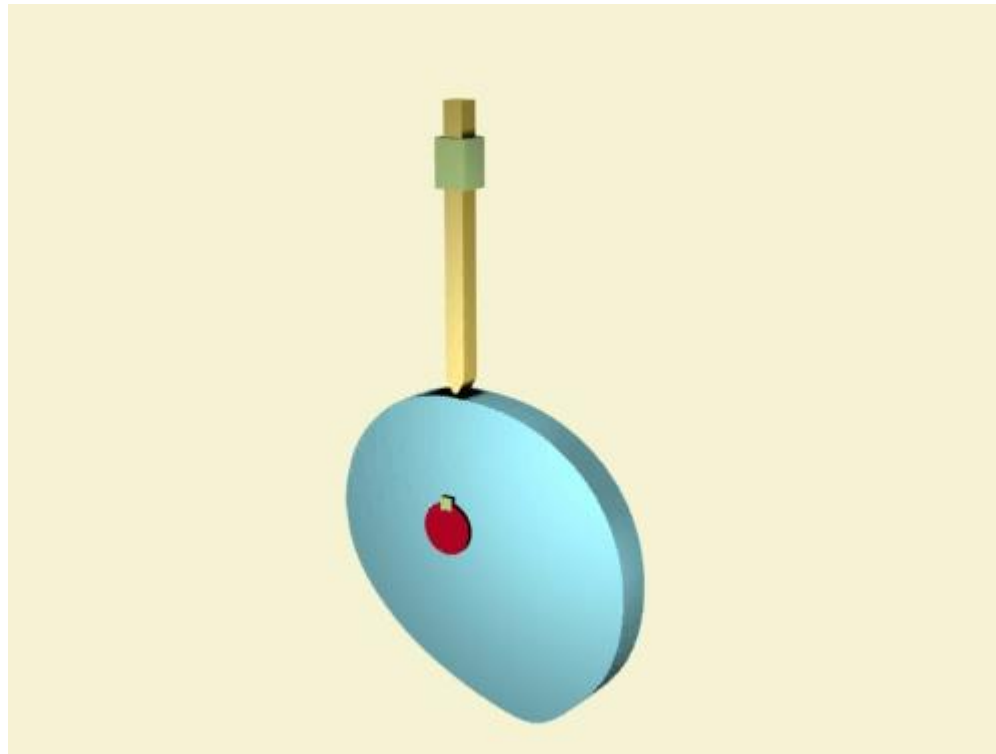
Characteristics :

- 1. the cost for cutting cam contour is high**
- 2 .it can't transmit heavy load,used for control mechanisms**

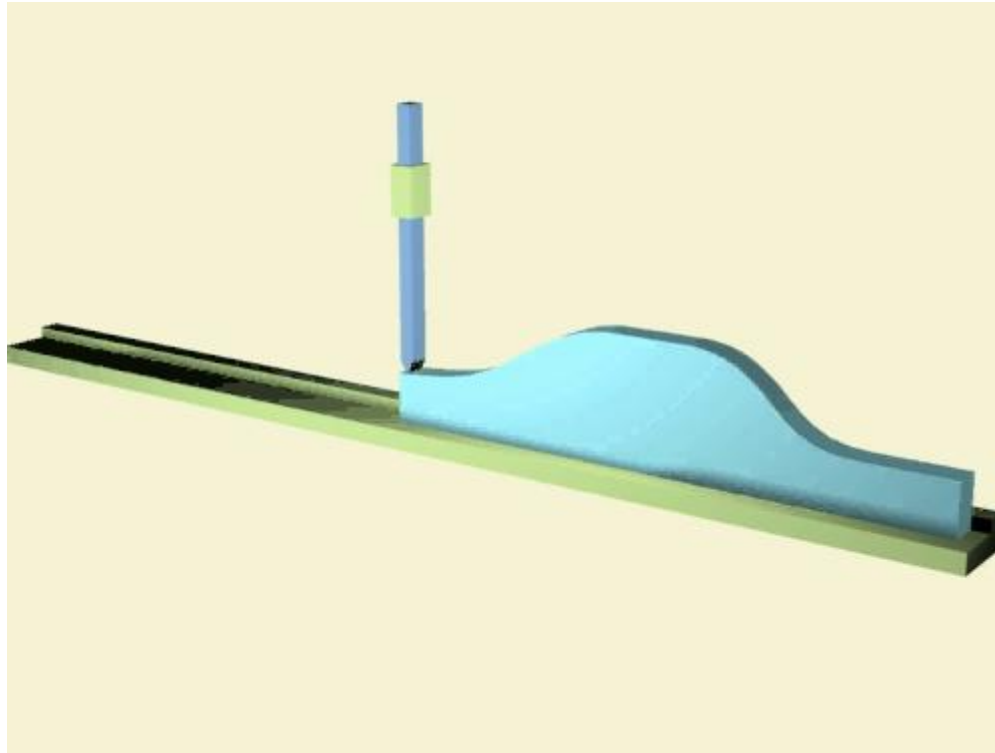
5.1.2 Classifications of cam Mechanisms

1 By the cam shape

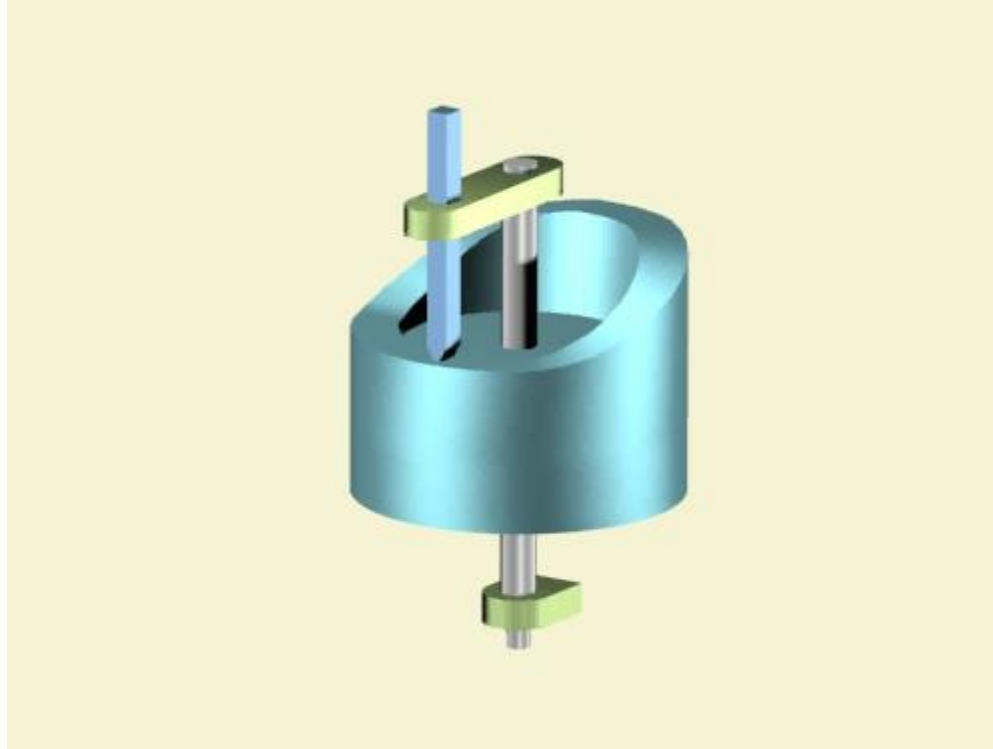
(a) plate cam (or disc cam)



(b) Translating cam

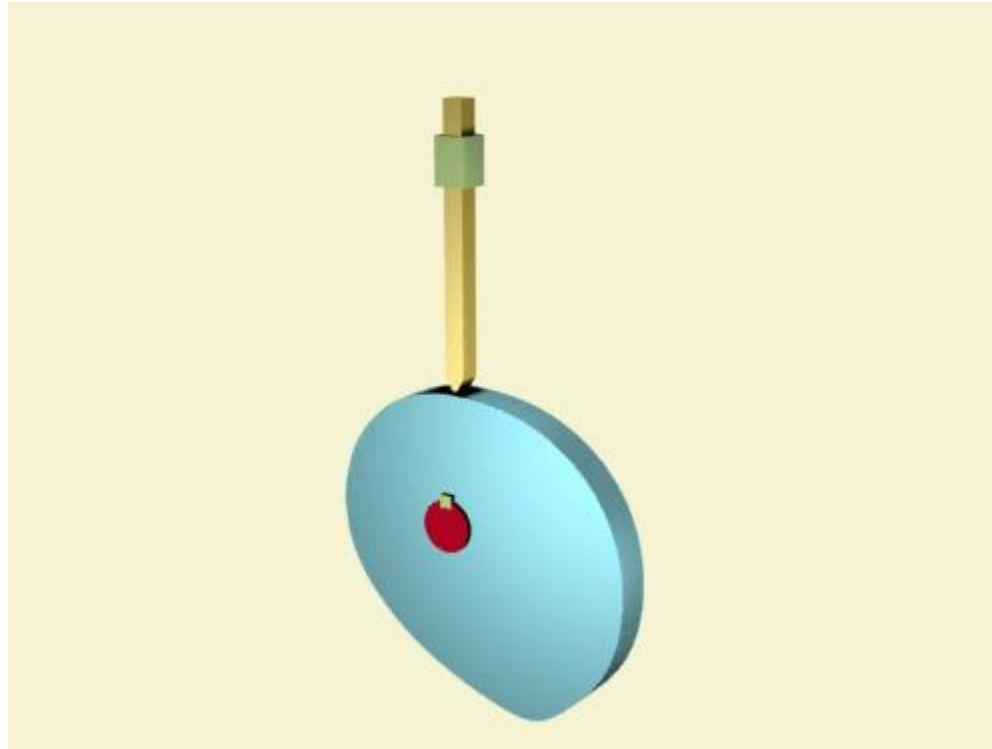


(c) three-dimensional cam

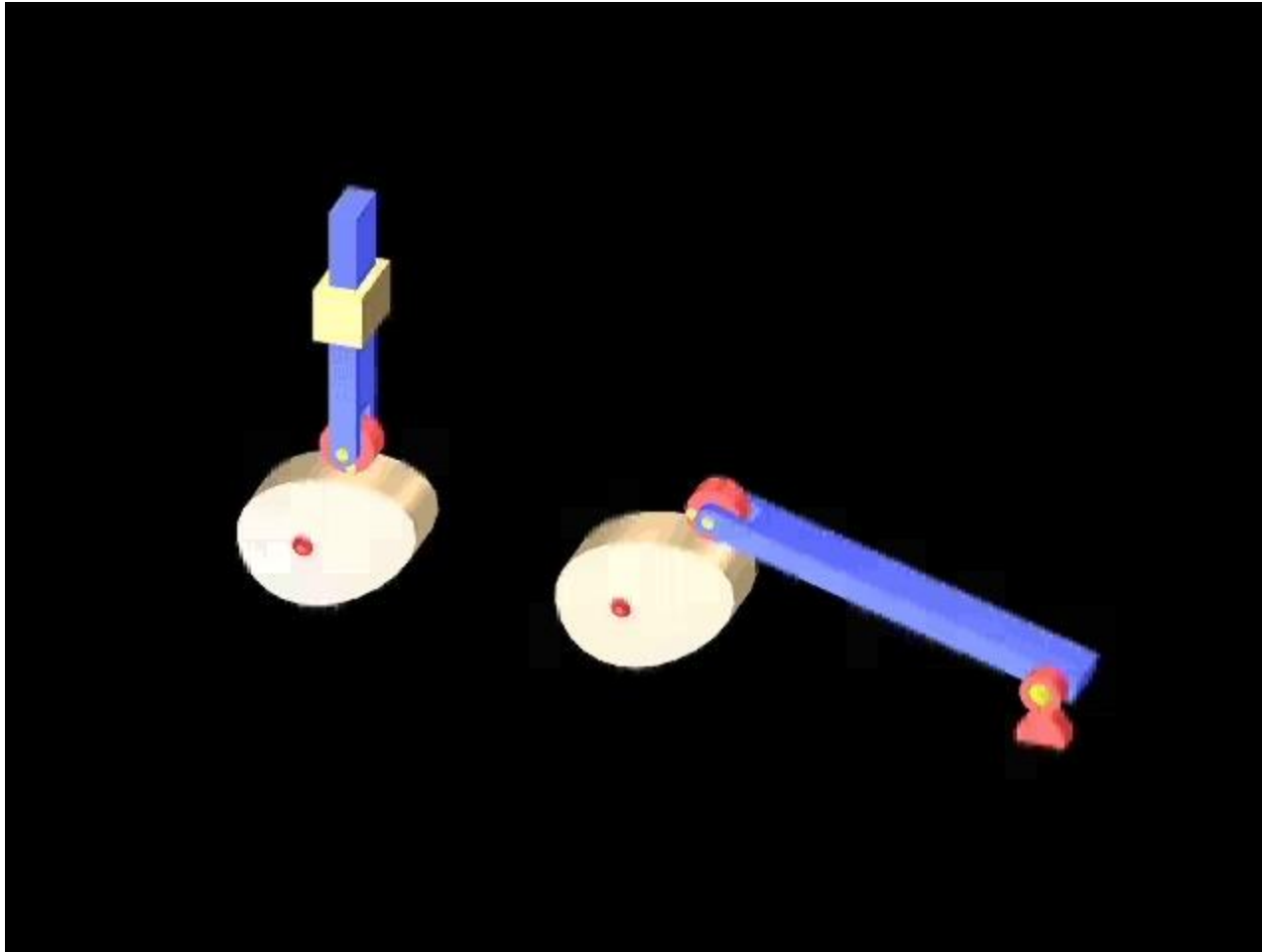


2.By the motion type of the follower

(a) Translating follower



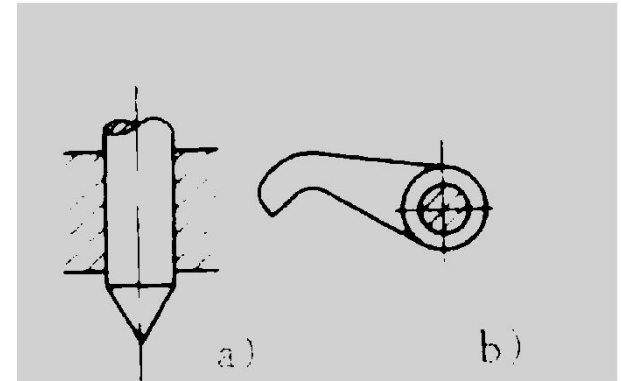
(b) Oscillating follower



3.By the shape of the follower end

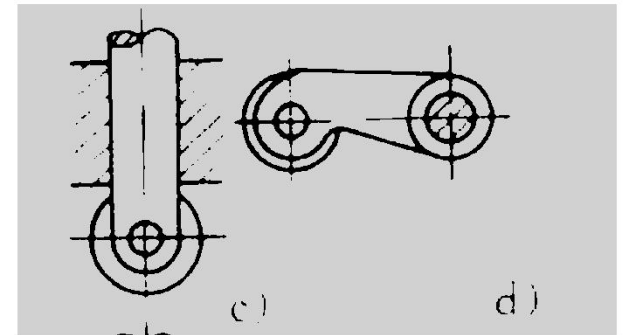
(a).knife-edge follower

能与任意复杂的凸轮轮廓接触，凸轮轮廓易磨损，传力不大，低速。

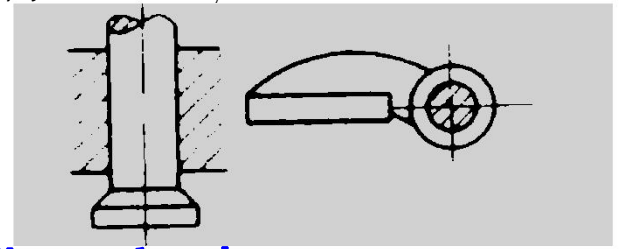


(b). roller follower

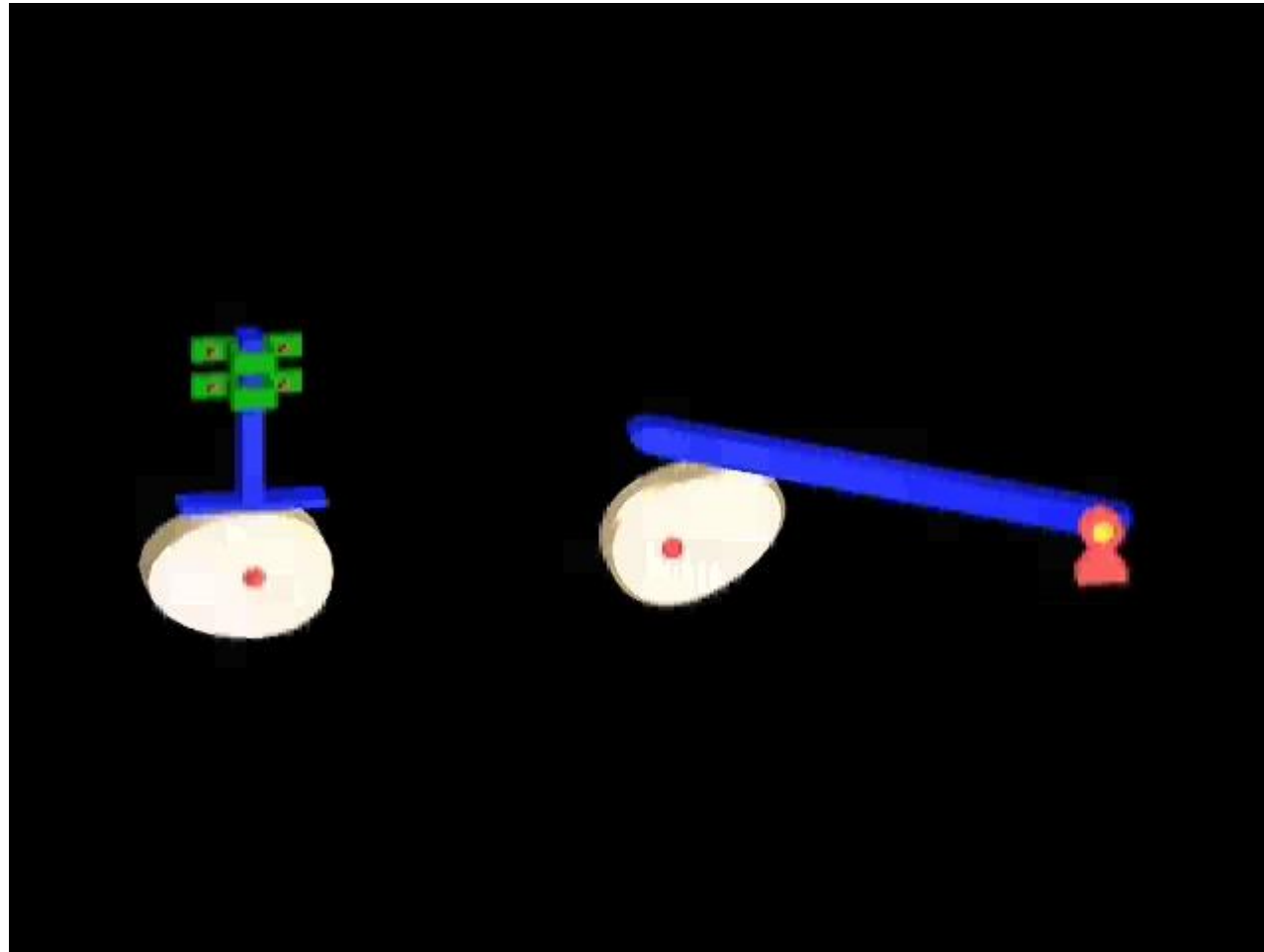
可承受较大载荷，最常用。



(c). flat-faced follower

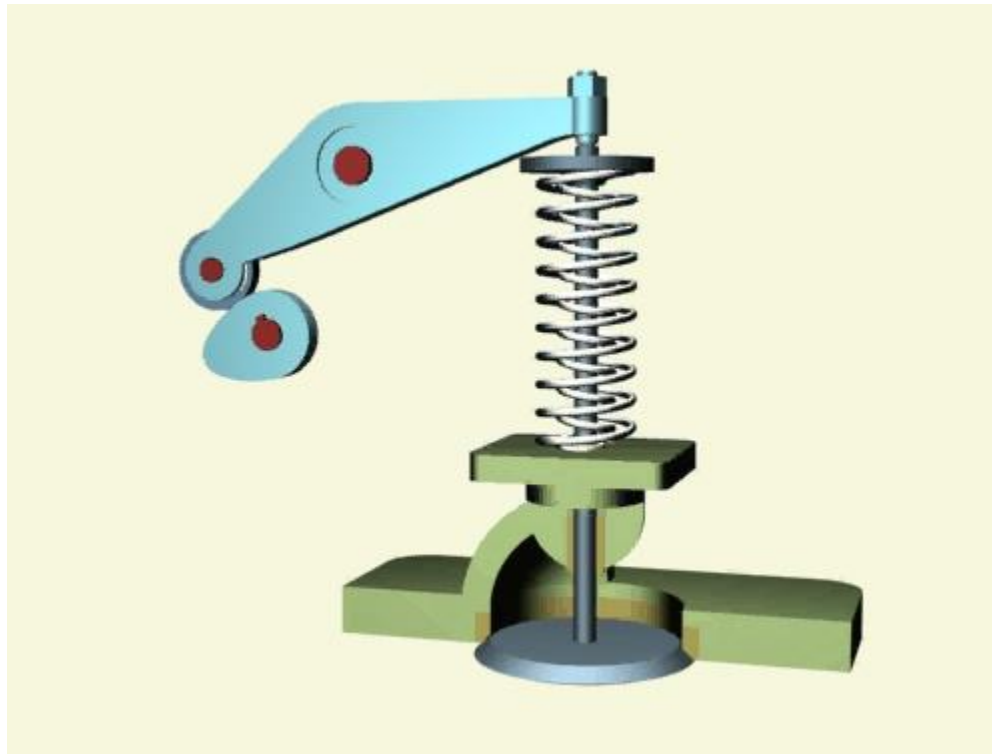


简单，低廉，易形成润滑油膜，高速。



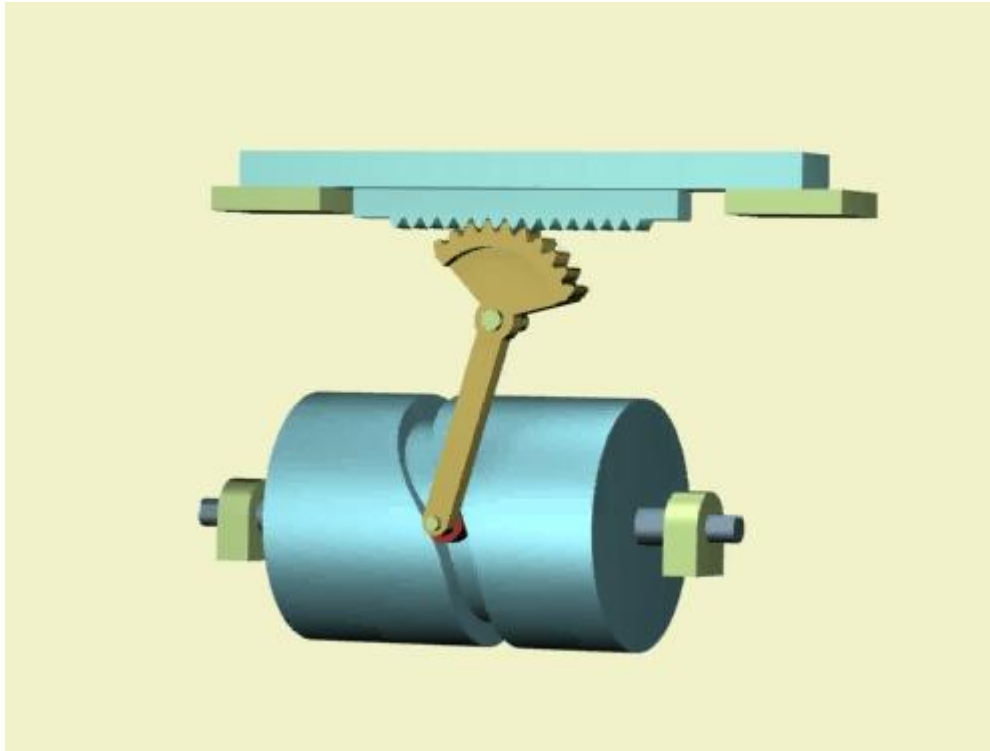
4 By the manner of keeping the cam and the follower in contact

(a).force-closed cam mechanisms (力锁和)



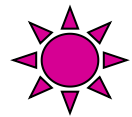
配气机构

(b). form-closed cam mechanisms

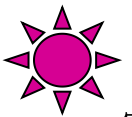


进刀机构

5、Requirements(要求)

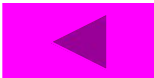


分析从动件的运动规律



按照运动规律设计凸轮轮廓

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研



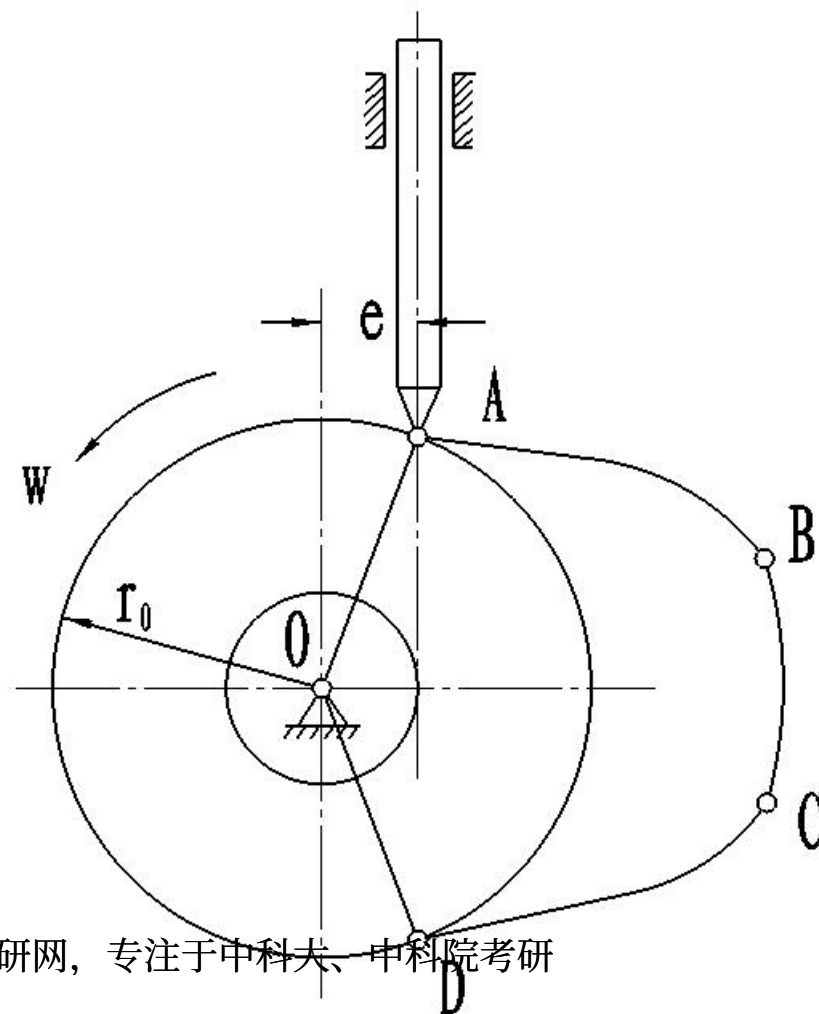
5.2 Follower Motion Curves (从动件运动规律)

Steps of design cam :

确定从动件运动规律，然后确定凸轮轮廓。

1. . 概念(key concepts)

以尖底偏置直动从动件盘形
凸轮机构为例



基圆半径 r_0 ：凸轮轮廓上对O点的最短向径；

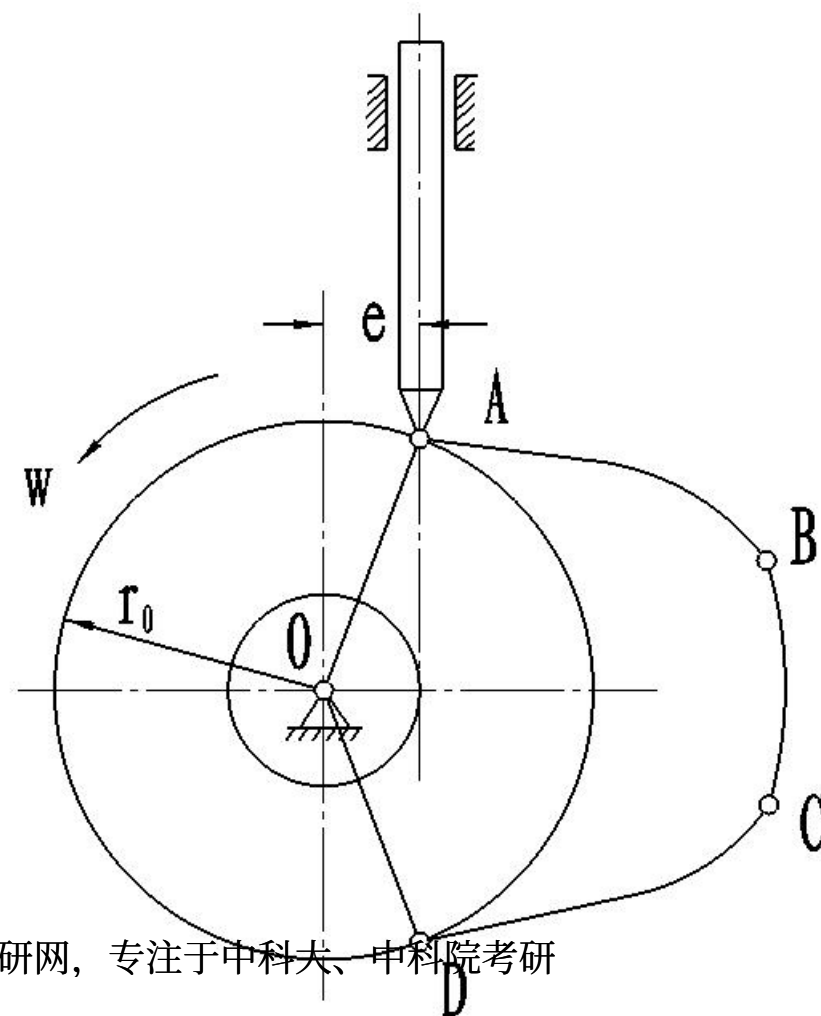
基圆：以O为圆心， r_0 为半径的圆；

Base circle, prime circle

偏距 e —offset

偏距圆—offset circle.

行程 h —total follower travel, the lift



二、分析从动件的运动

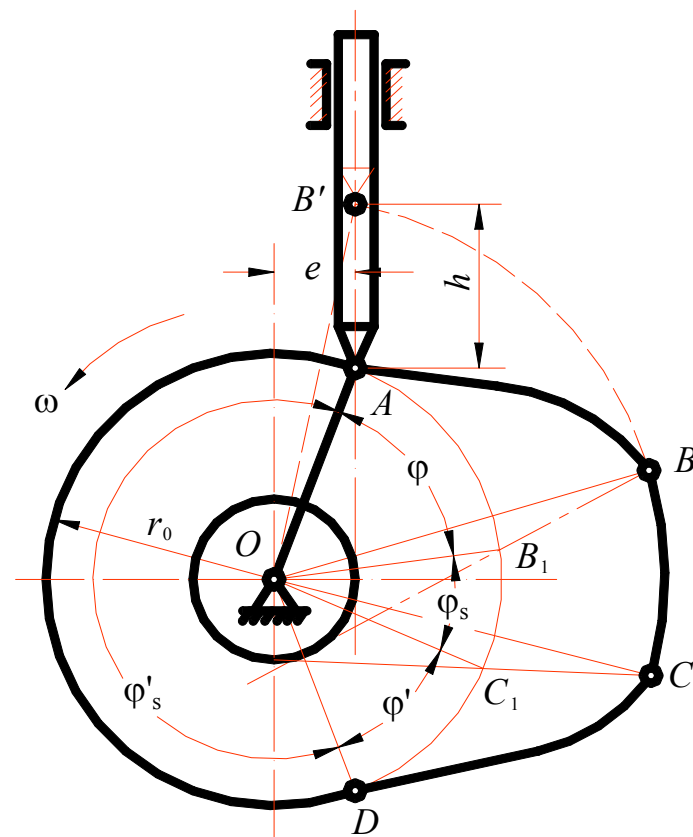
推程——推杆从最低位置 A 上升到最高位置 B' ，尖底与凸轮接触点： $A \rightarrow B$ 。

远休——推杆远停不动，尖底与凸轮接触点： $B \rightarrow C$ 。

回程——推杆由最高位置 B' 下降到最低位置 A ，尖底与凸轮接触点： $C \rightarrow D$ 。

近休——推杆近停不动；尖底与凸轮接触点： $D \rightarrow A$ 。

升 → 停 → 降 → 停



行程 h —total follower travel,the lift-最大位移

Cam angle for rise推程运动角:

$$\varphi = \angle BOB' = \angle AOB_1$$

Cam angle for outer dwell远休止角:

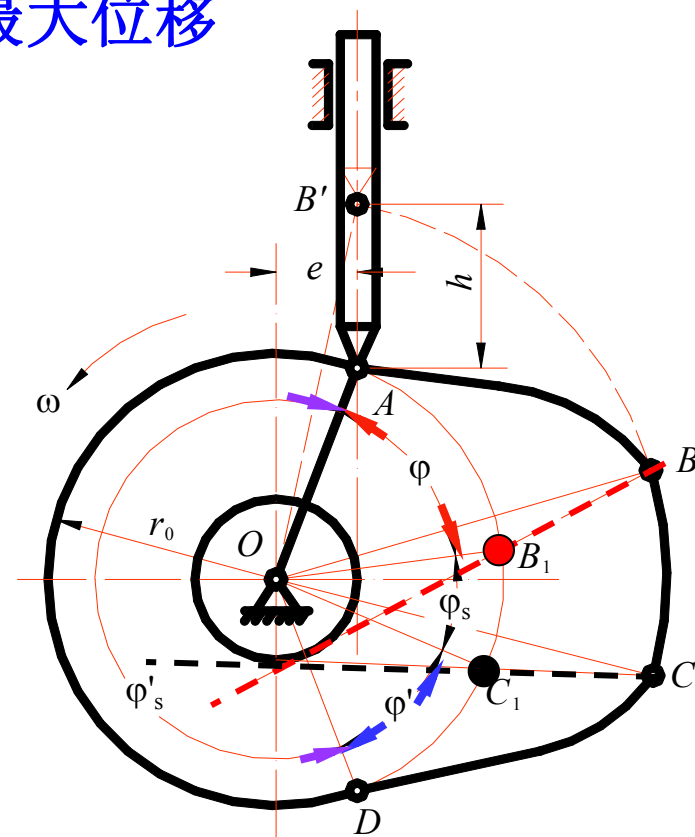
$$\varphi_s = \angle BOC = \angle B_1OC_1$$

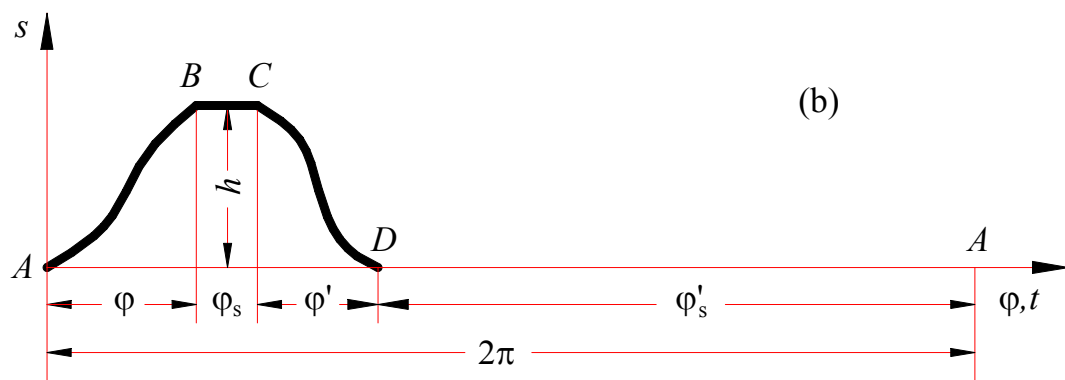
Cam angle for return回程运动角:

$$\varphi' = \angle C_1OD$$

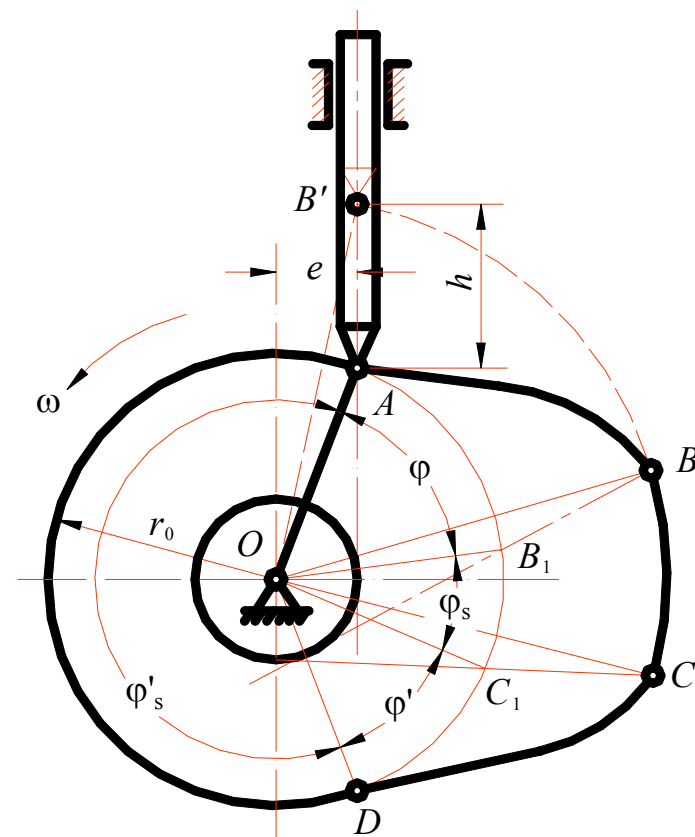
Cam angle for inner dwell近休止角:

$$\varphi'_s = \angle AOD$$





displacement curve位移曲线
求导得速度，加速度图



动态演示前述各概念

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

5.2.1 Constant velocity Motion Curve

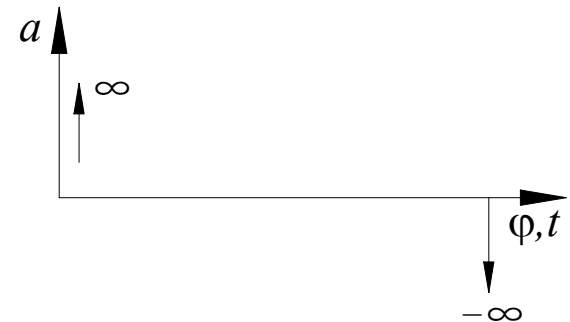
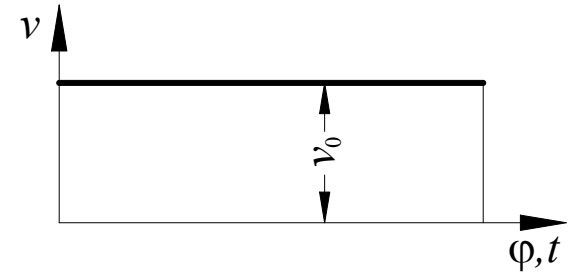
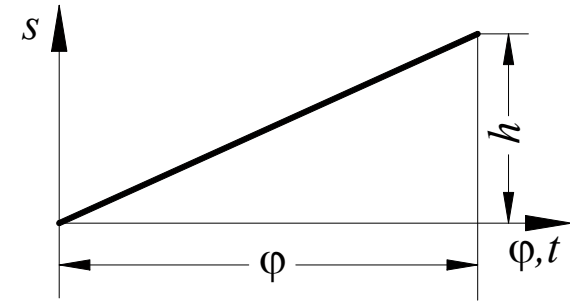
匀速运动规律（推程段）

$$a = \lim\left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \Delta t \rightarrow 0\right) \rightarrow \infty$$

惯性力（inertia force） $F = -ma$

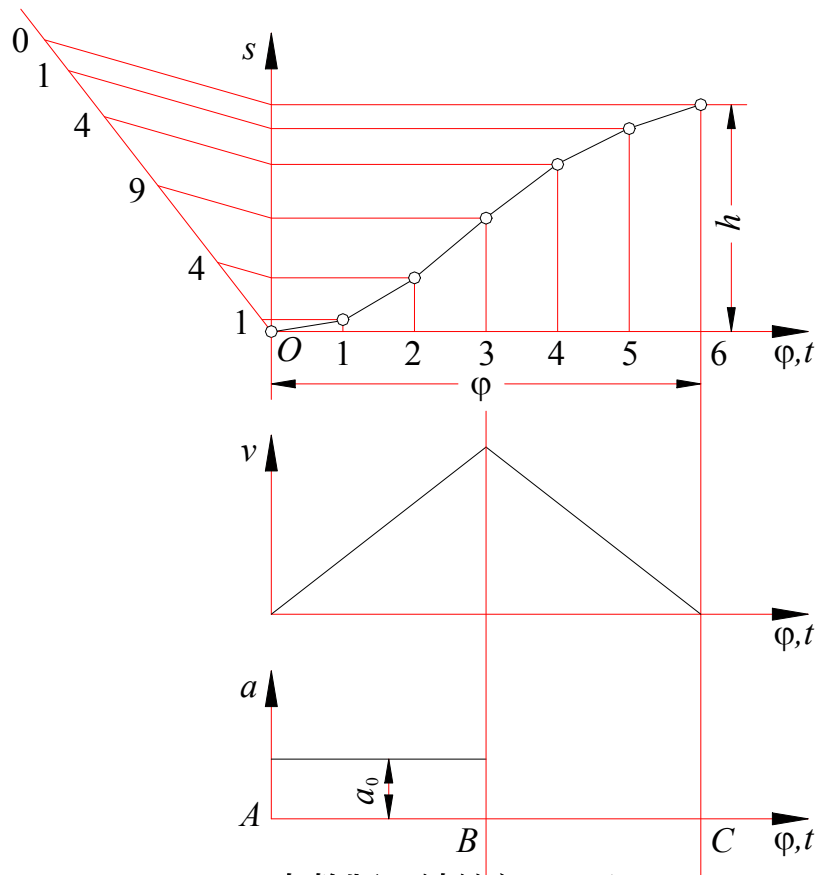
rigid impulse 刚性冲击：

由于加速度发生无穷大突变而引起的冲击称为刚性冲击。



5.2.2 Constant Acceleration and Deceleration Motion Curve (等加速等减速运动规律)

first half of the rise—acceleration
second half of the rise—deceleration



$$S = \frac{1}{2} a t^2$$

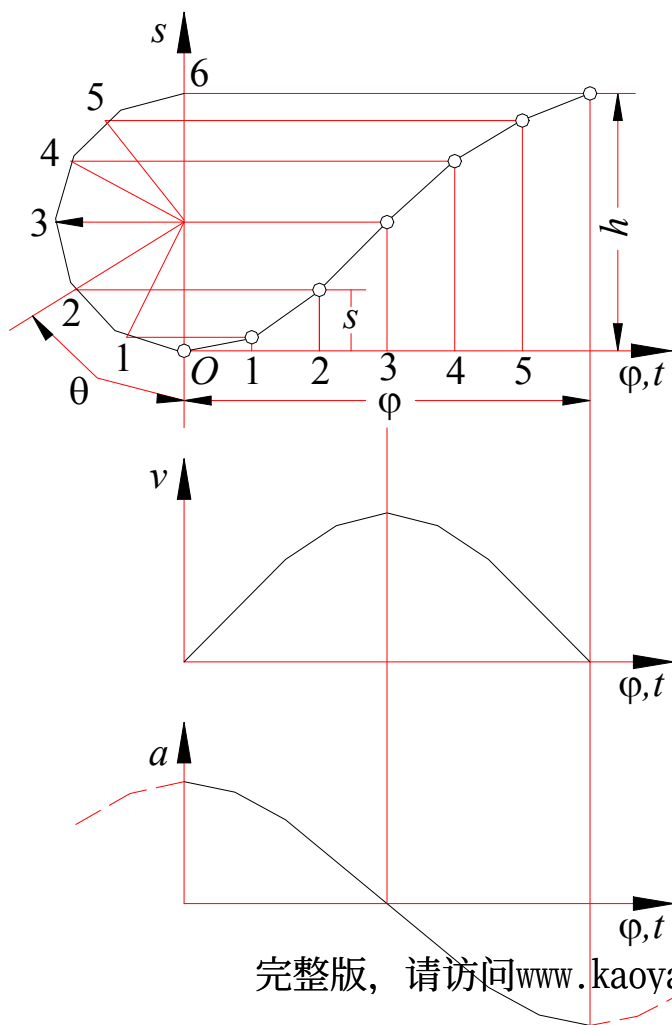
$$V = a_0 t$$

soft impulse 柔性冲击：
加速度发生有限值的突变
Used for low and intermediate speed cams.

5.2.3 Cosine Acceleration Motion Curve

余弦加速度运动规律

(simple harmonic(简谐) motion curve)



若远、近休止角为零，无柔性冲击；
若远、近休止角不为零，有柔性冲击。

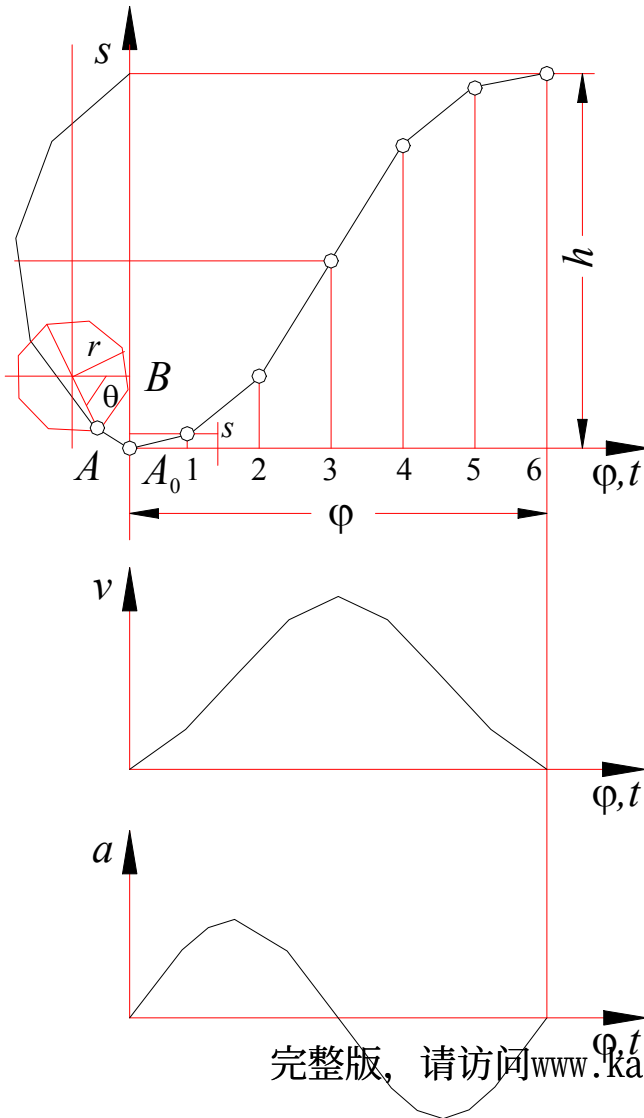


soft impulse

5.2.4 Sine Acceleration Motion curve

正弦加速度运动规律

(cycloid (摆线) Motion curve)



**No rigid and soft impulse—
high-speed cams**

5.2.5 3-4-5 Polynomail Motion Curve

5次多项式 (略)

5.2.6 Combined Motion Curve (略)

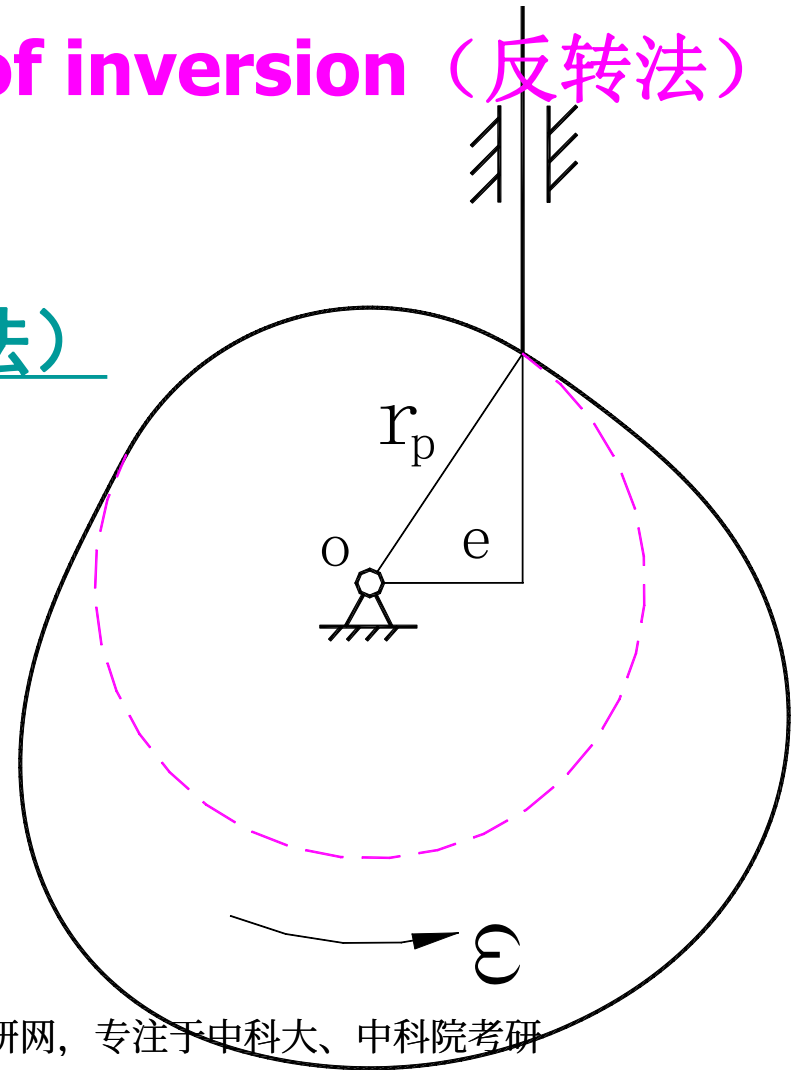
5.3 plate Cam with Translating Roller (or knife-edge)

Methods

graphical Design: principle of inversion (反转法)

Analytical:

principle of inversion (反转法)

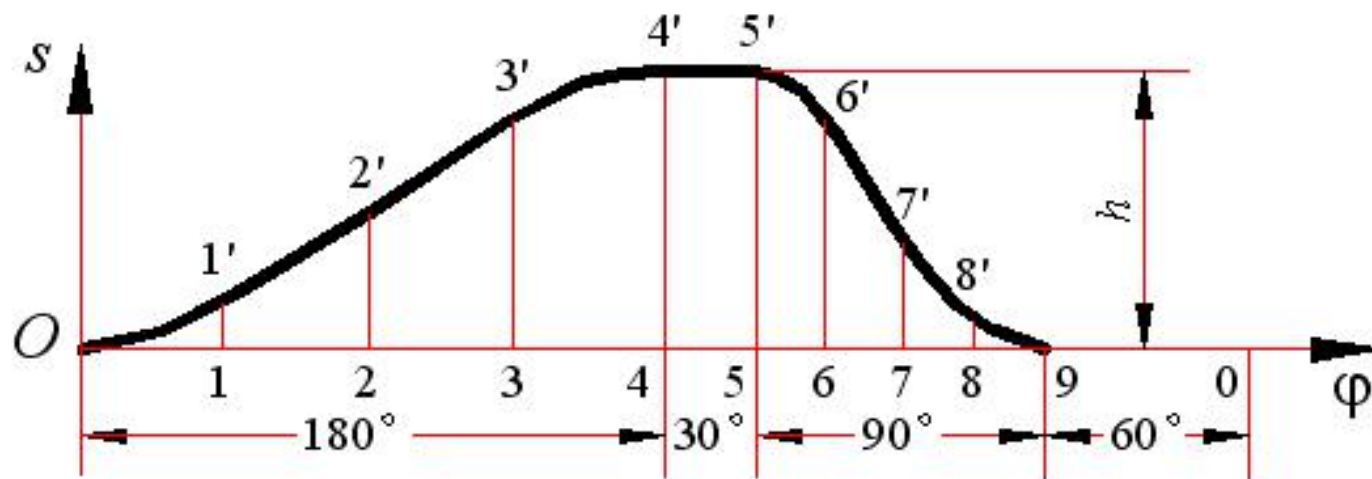




5.3.1 plate Cam with Translating knife-edge follower 直动从动件盘形凸轮机构

Given that: $\gamma_0, e, S - \varphi, \omega$ Clock-wise

Deign the pitch curve (理论廓线) of the cam



The process(步骤) to design the pitch curve is:

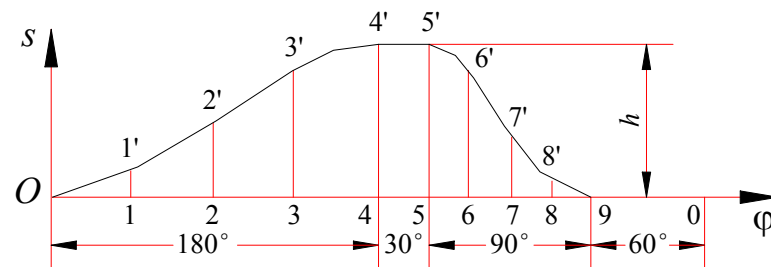
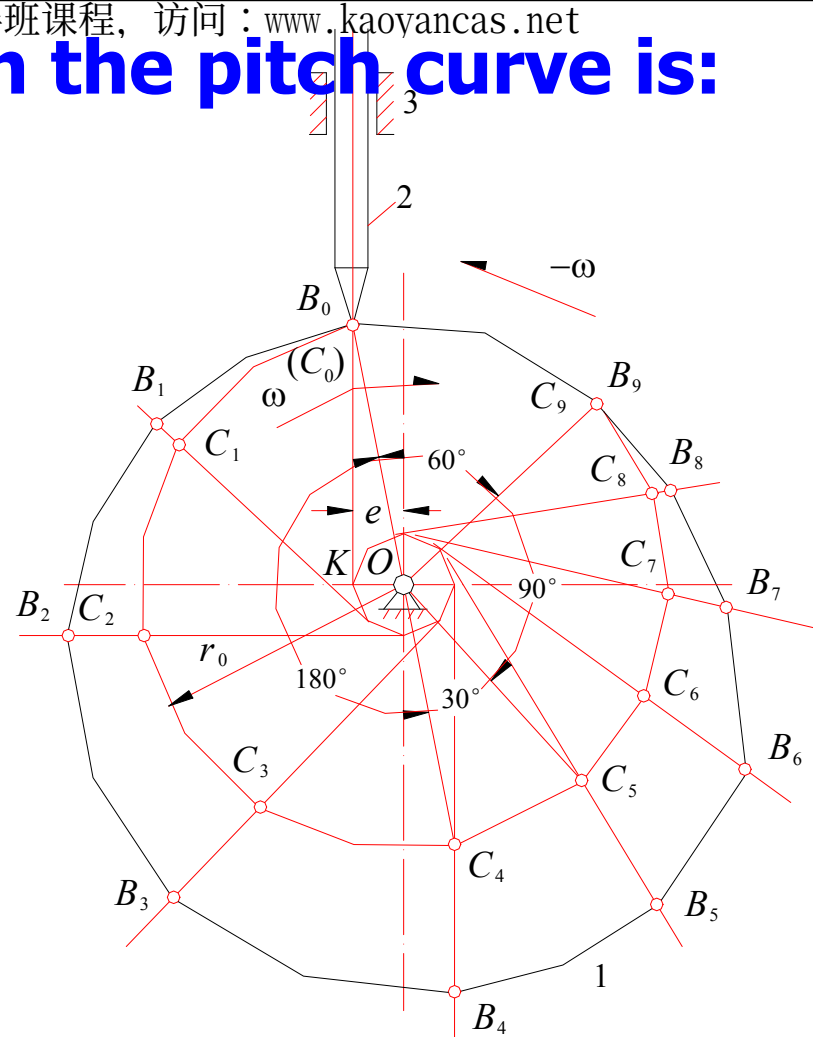
1、画出基圆、偏距圆，尖底从动件的起始位置 $C_0(B_0)$ 。

2、将 $S-\varphi$ 运动图做等分。
(推程运动角和回程运动角)

3、沿 $-\omega$ 方向，按从动件运动规律等分基圆角度，得到 $C_1, C_2 \dots C_9$ 各点。

4、过 C_1 点作偏距圆的切线，量取 $1-1' = B_1C_1$ ，得到 B_1 。

5、将得到的 $B_0, B_1, B_2 \dots B_9$ 各点连成光滑曲线。



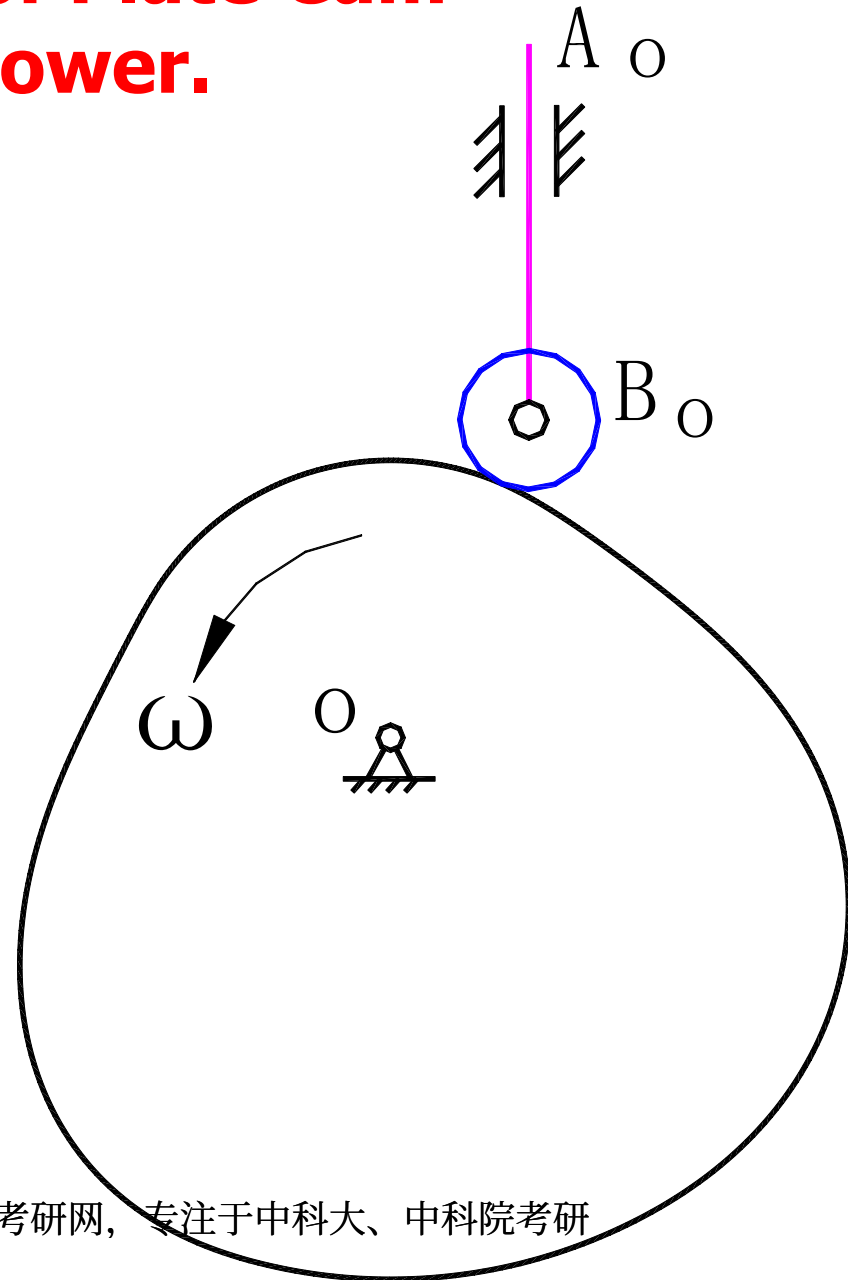
Note:

- 1、 The pitch curve can not be drawn in the direction of ω . 注意反转方向，分点一定沿 $-\omega$ 方向分。
- 2、 分段数不宜过小，实际设计中，常取 5° 一个间隔。
- 3、 过基圆上的点可作偏距圆的2条切线，应根据偏置方式和反转方向 $-\omega$ 正确作出其中的一条切线。
- 4、 位移线图与凸轮轮廓线图的比例尺应一致。
- 5、 the centerline of the follower must always be tangent to the offset circle

尖底从动件凸轮轮廓的设计动画

5.3.2 Graphical Synthesis of Plate Cam with Translating Roller follower.

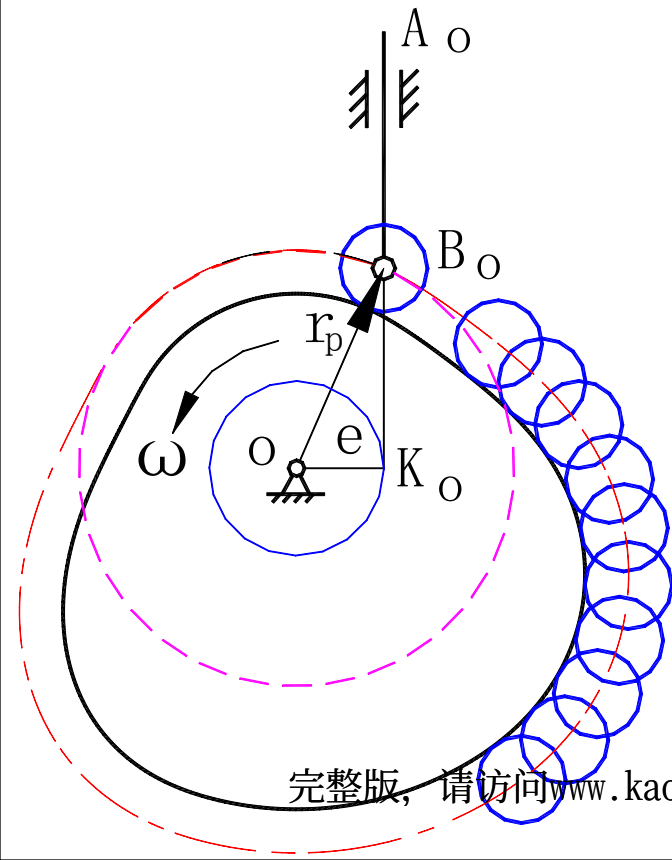
The roller is always tangent to the cam contour(廓线) at all times.



Roller center → reference point.

The locus of the roller center relative to the cam is called the pitch curve 理论廓线 of the cam.

画小滚子，做包络线 envelope of the family of the roller circles —— 实际廓线 cam contour

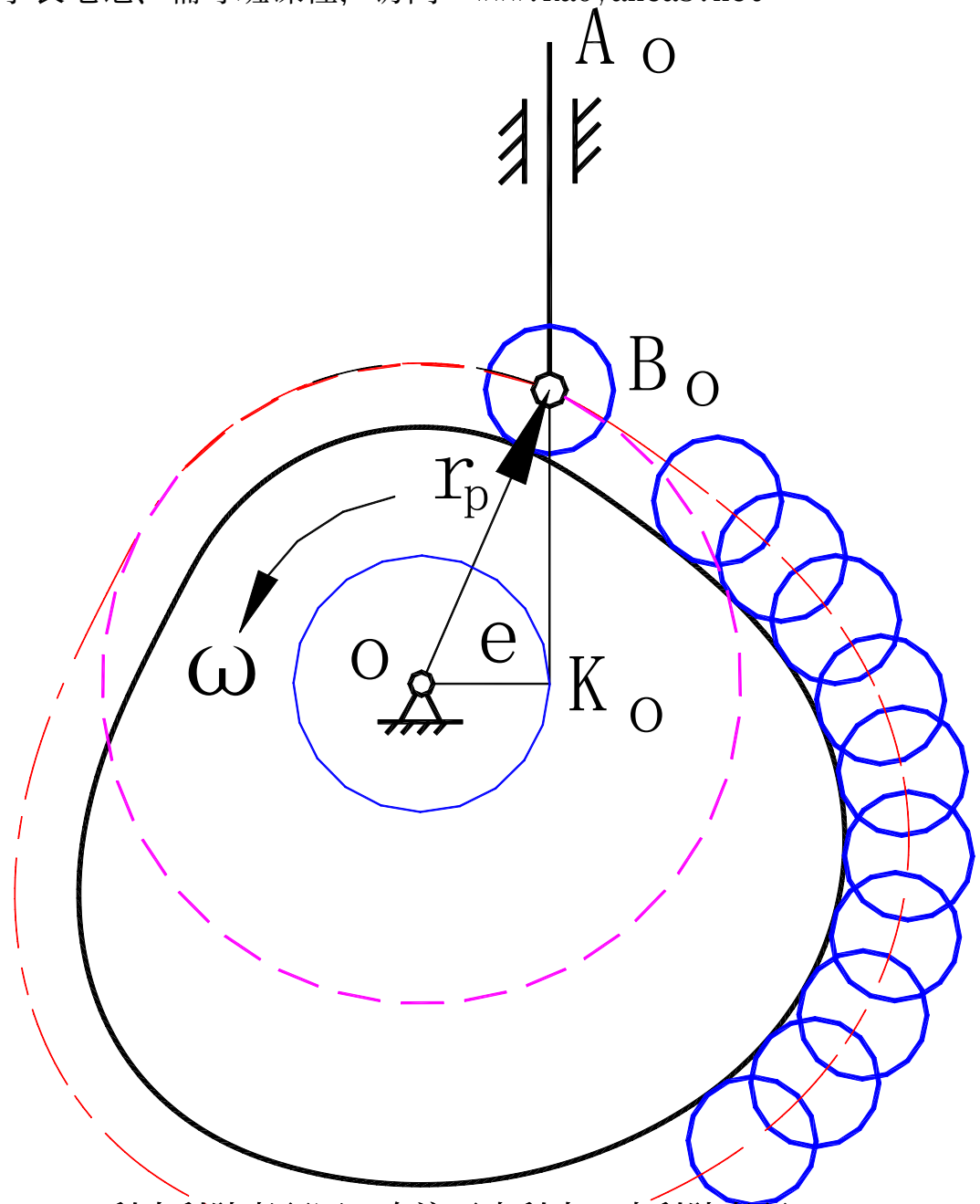


设计滚子从动件凸轮机构时，
凸轮的基圆半径是指理论轮廓
曲线的基圆半径。

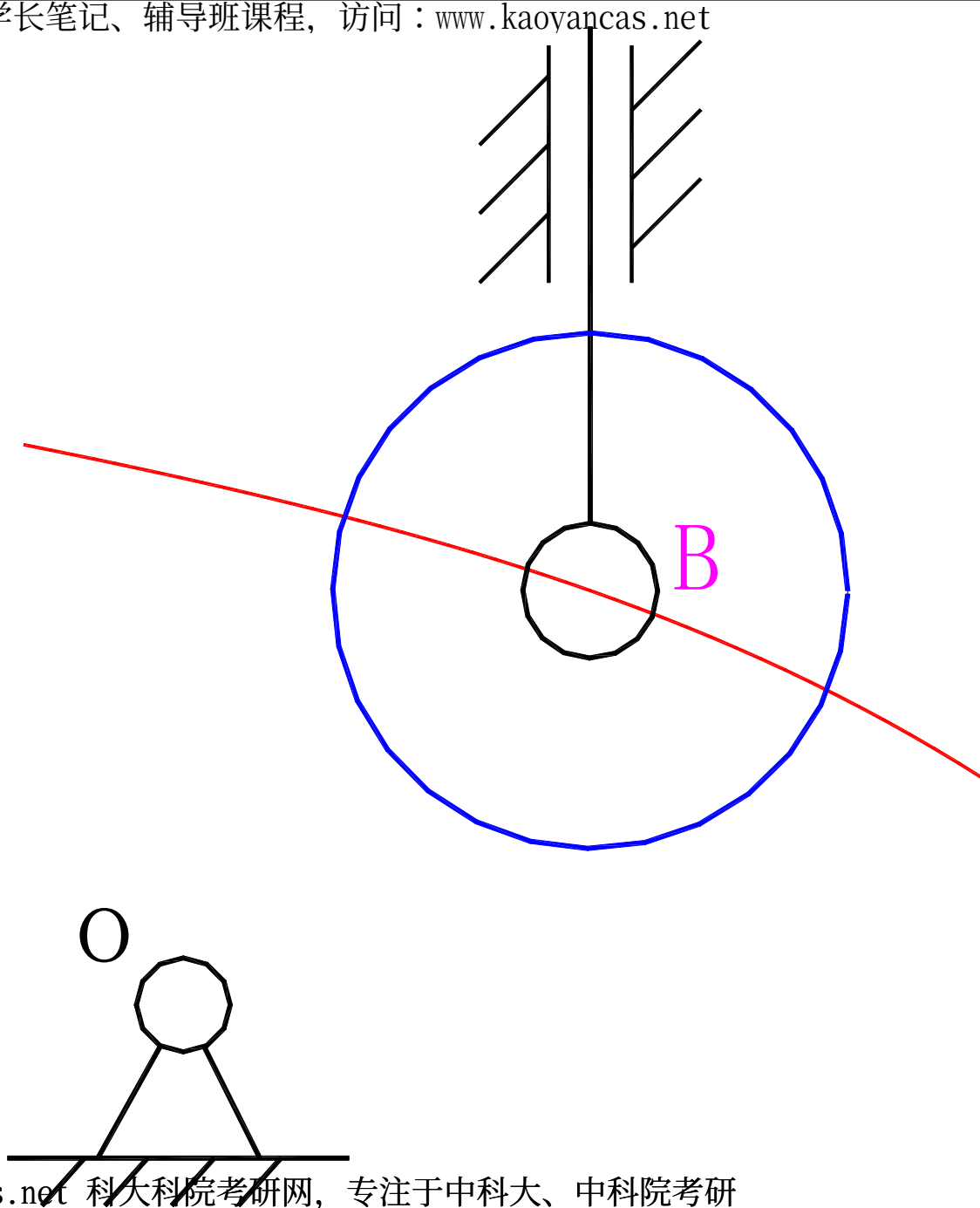
滚子从动件凸轮轮廓的设计动画

**Are there any
other methods to
find the cam
contour?**

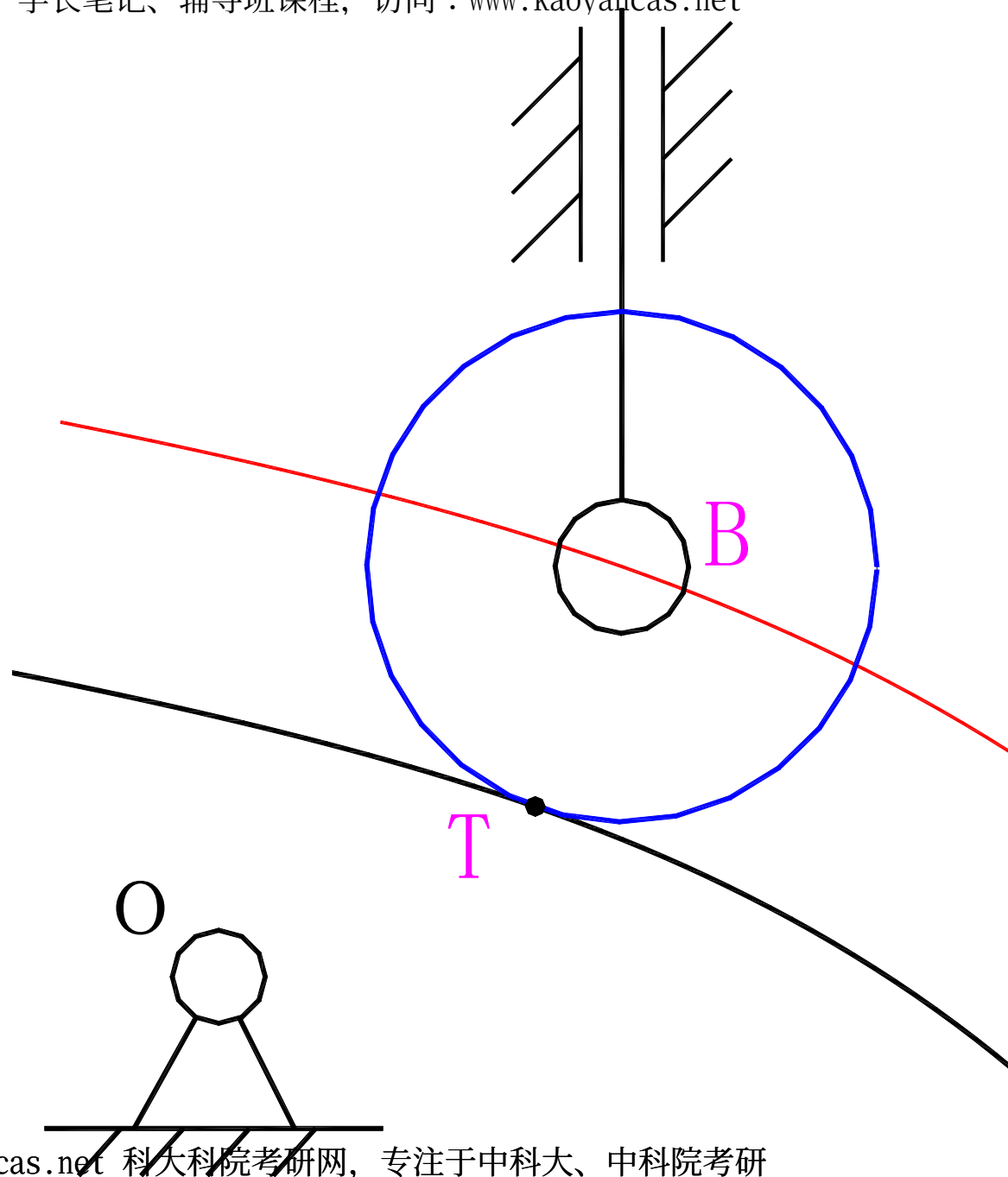
**可否将理论廓线的各
点向径 OB 减去滚子半
径 r_r ，得实际廓线???**



The **pitch**
curve should be
designed first.

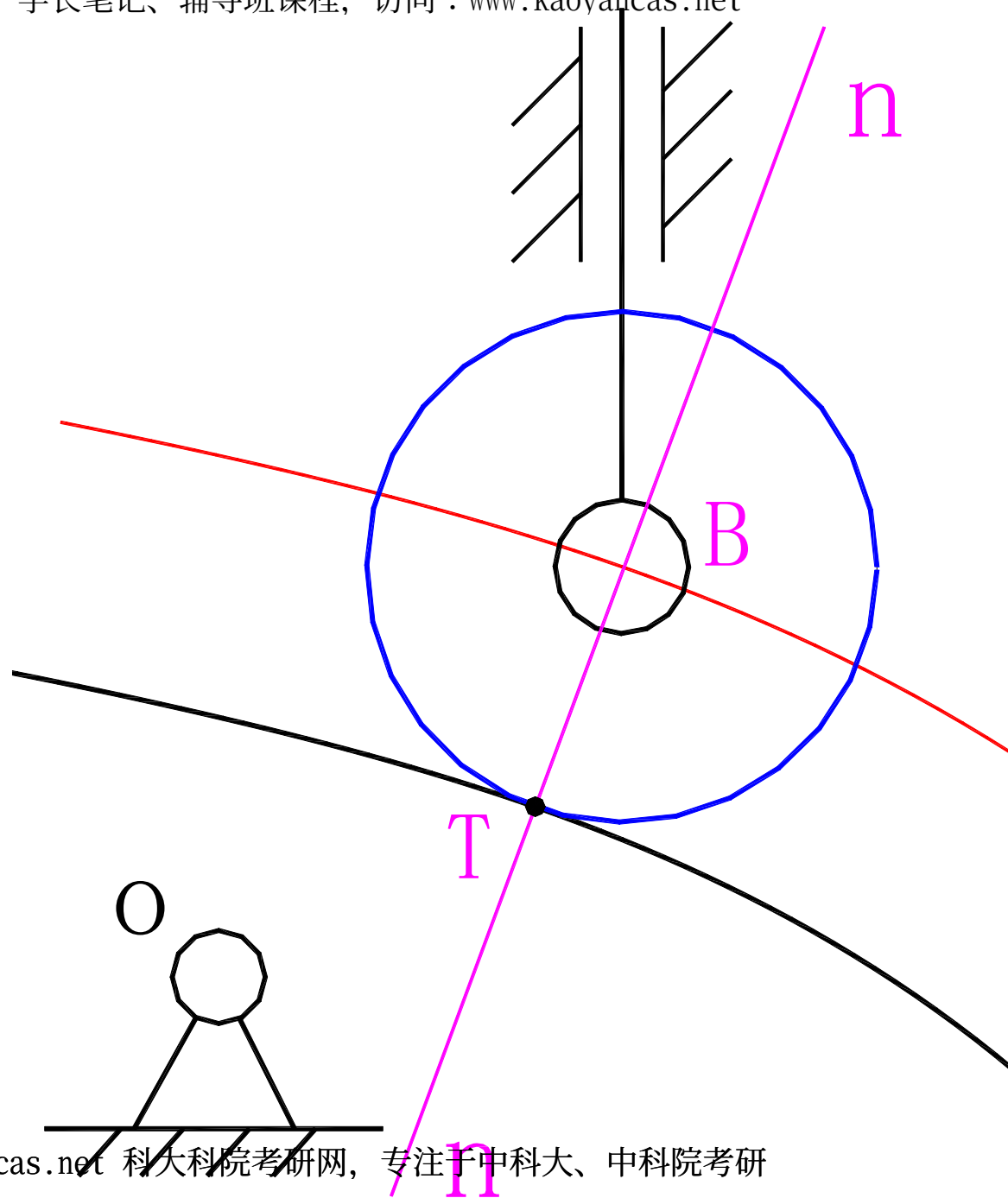


The pitch
curve and the
cam contour are
two parallel
curve.

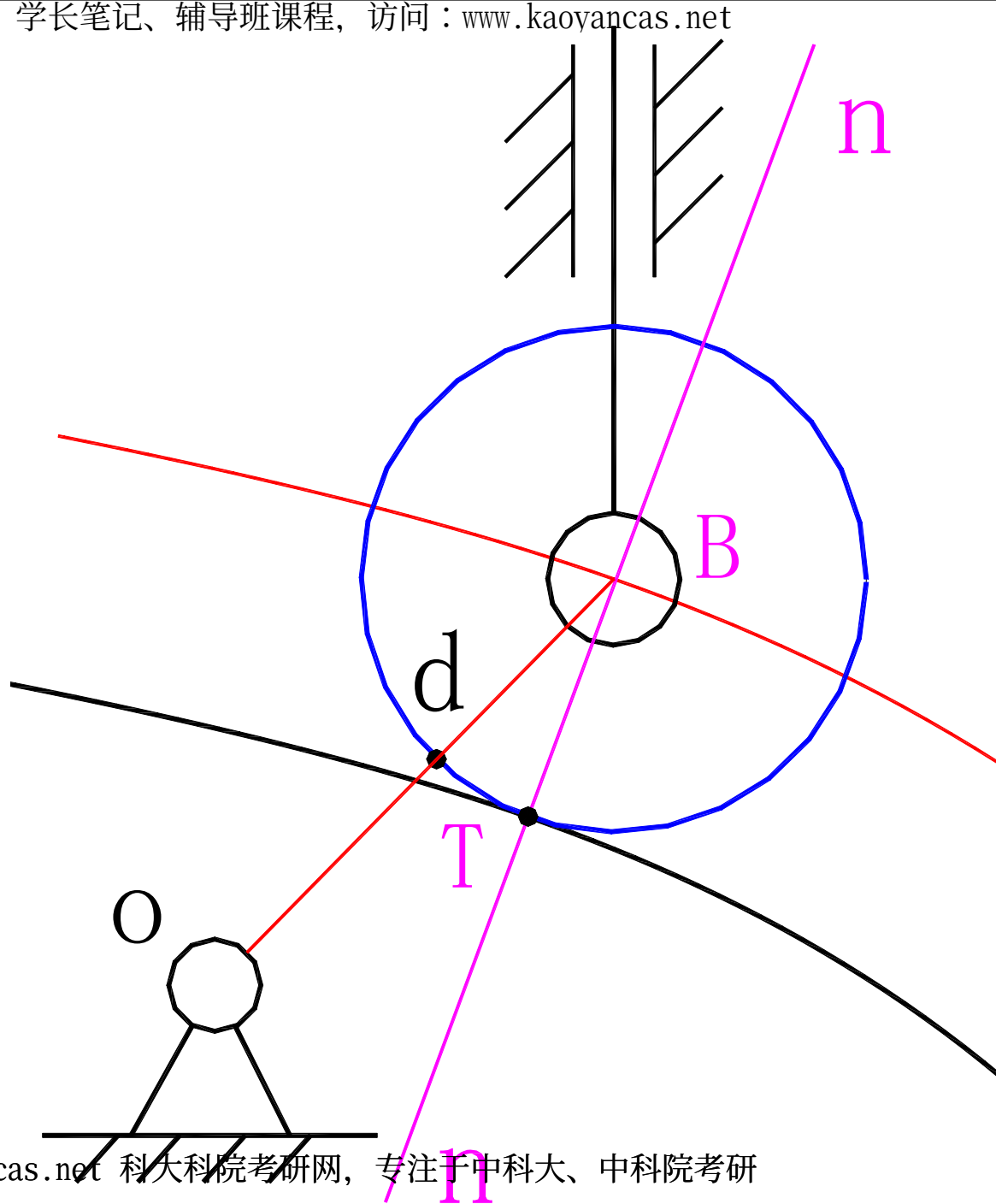


The pitch curve and the cam contour are two parallel curves.

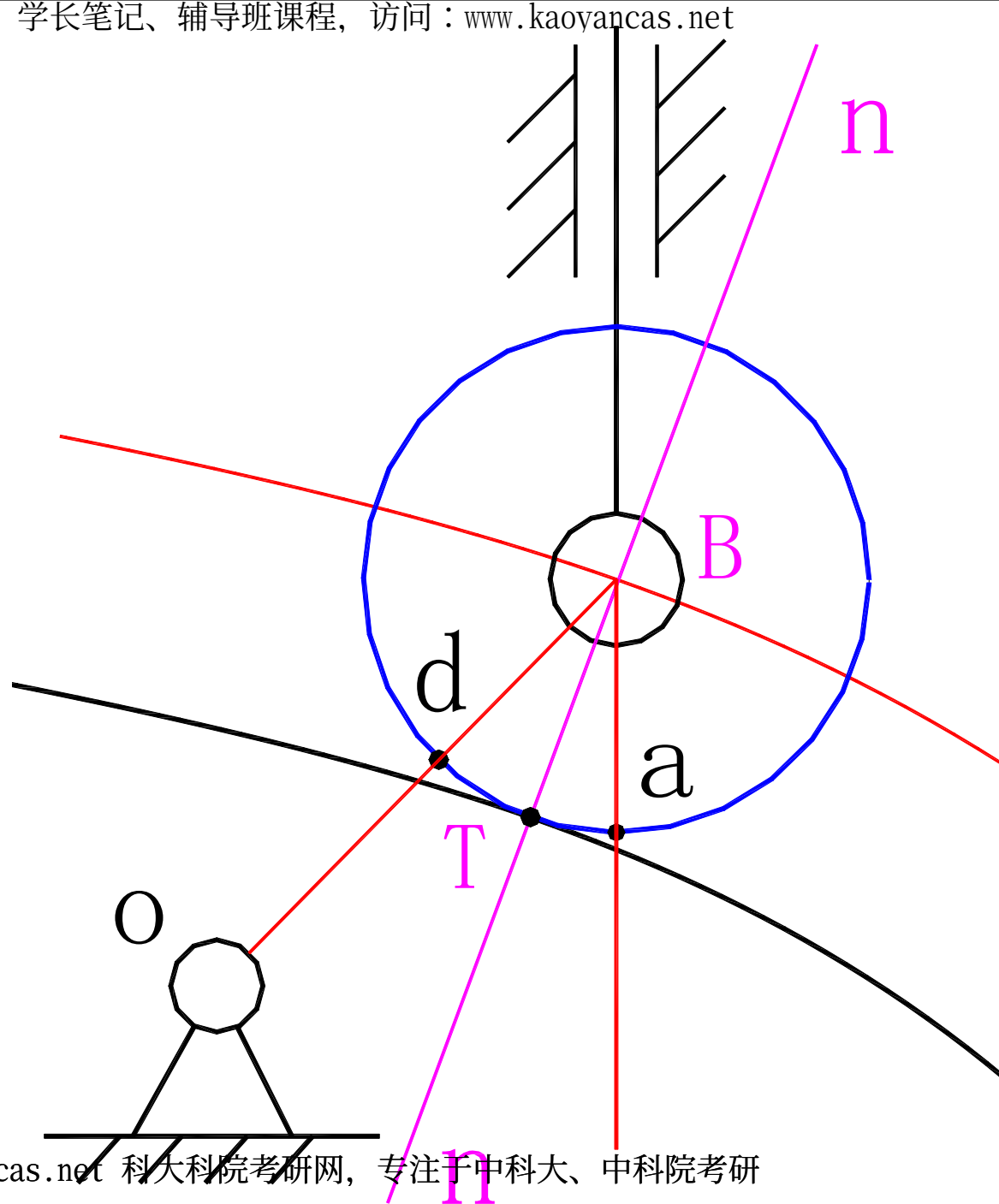
BT is a common normal (公法线) to the pitch curve and the cam contour.



d is not a
point on the cam
contour.



a is not a point
on the cam
contour, either.



example 5-1 (study after class)

- 5.3.3 Analytical Synthesis of the Pitch Curve**
- 5.3.4 Analytical Synthesis of the Cam Contour**
- 5.3.5 Locus of Centres of Milling Cutter.**



plate cam with translating roller follower

F—凸轮作用于从动件的驱动力方向,

Along common normal

α —pressure angle压力角：接触点法线与从动件上作用点速度方向所夹的锐角。

F **F'=Fcosα** 有用分力

$F''=F\sin\alpha$ 有害分力

摩擦↑, jam (卡住)

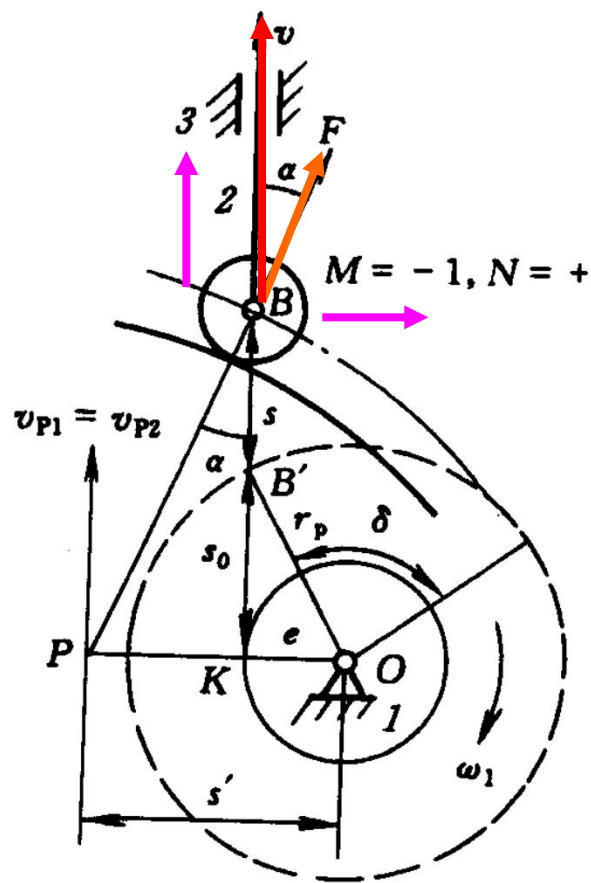


Fig. 5-24

F $F' = F \cos \alpha$ 有用分力

$F'' = F \sin \alpha$ 有害分力

摩擦 $\uparrow$, **jam** (卡住)

α 过大, 机构自锁

Pressure angle α changes during motion so it is necessary to control the value of the maximum pressure angle α_{MAX} .

$\alpha < [\alpha]$ (allowable pressure angle $[\alpha]$)

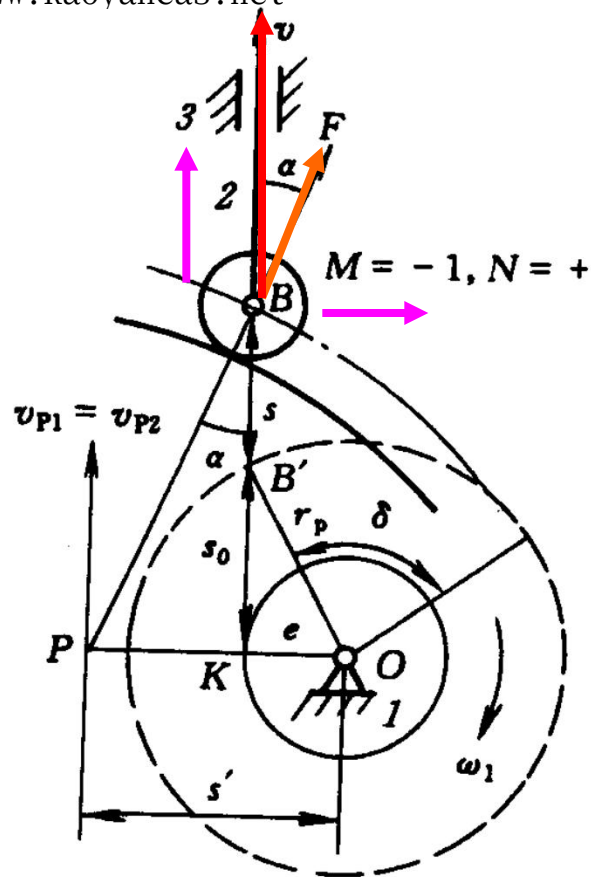
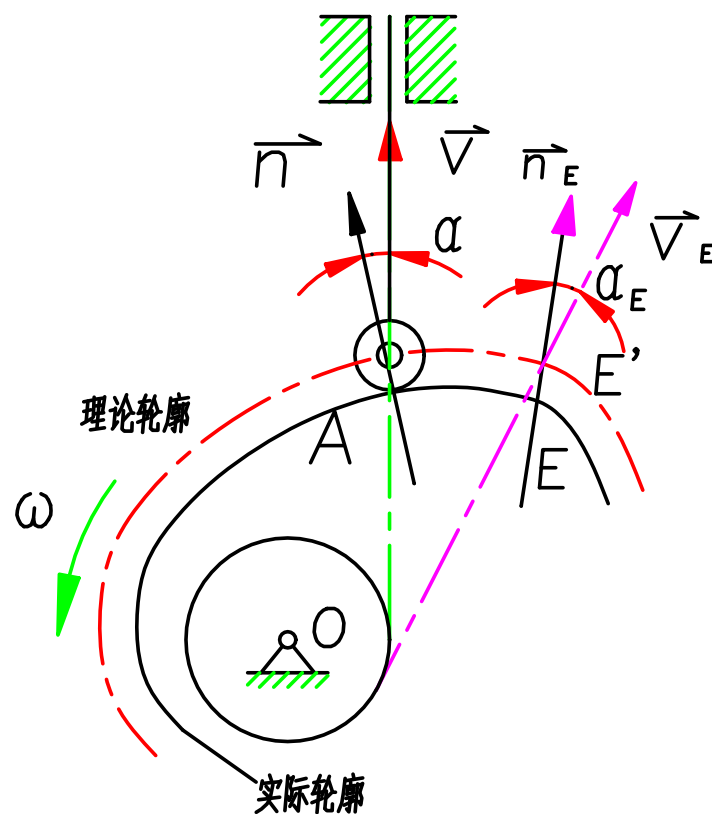
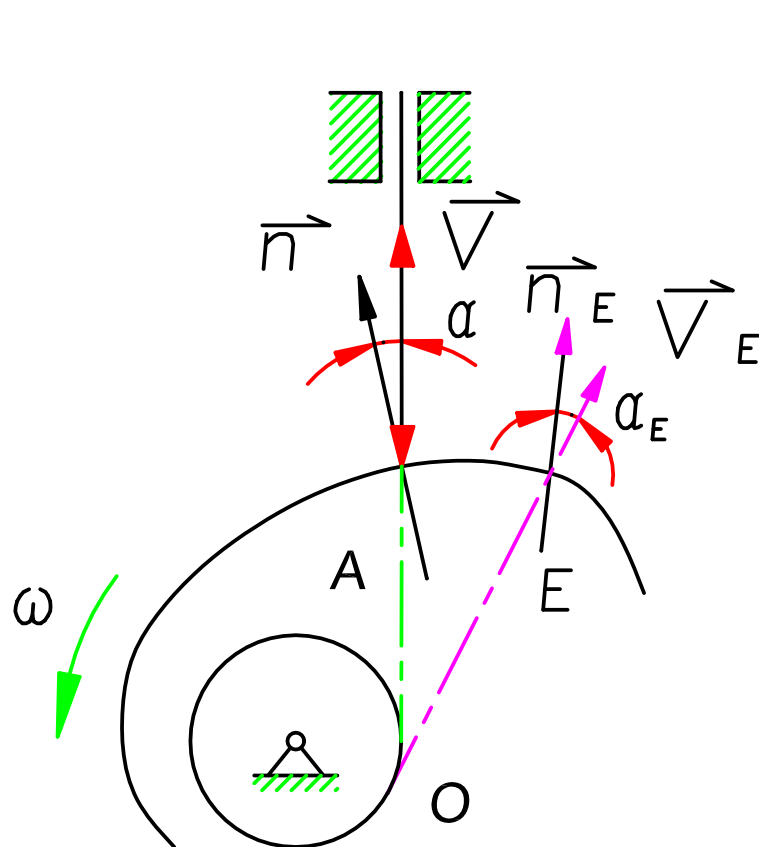


Fig. 5-24

1、压力角——

凸轮和从动件之间的**推力作用线**与从动件上**力作用点的速度方向线**所夹的锐角。



首先要作出理论廓线！

2、从动件受力分析与自锁

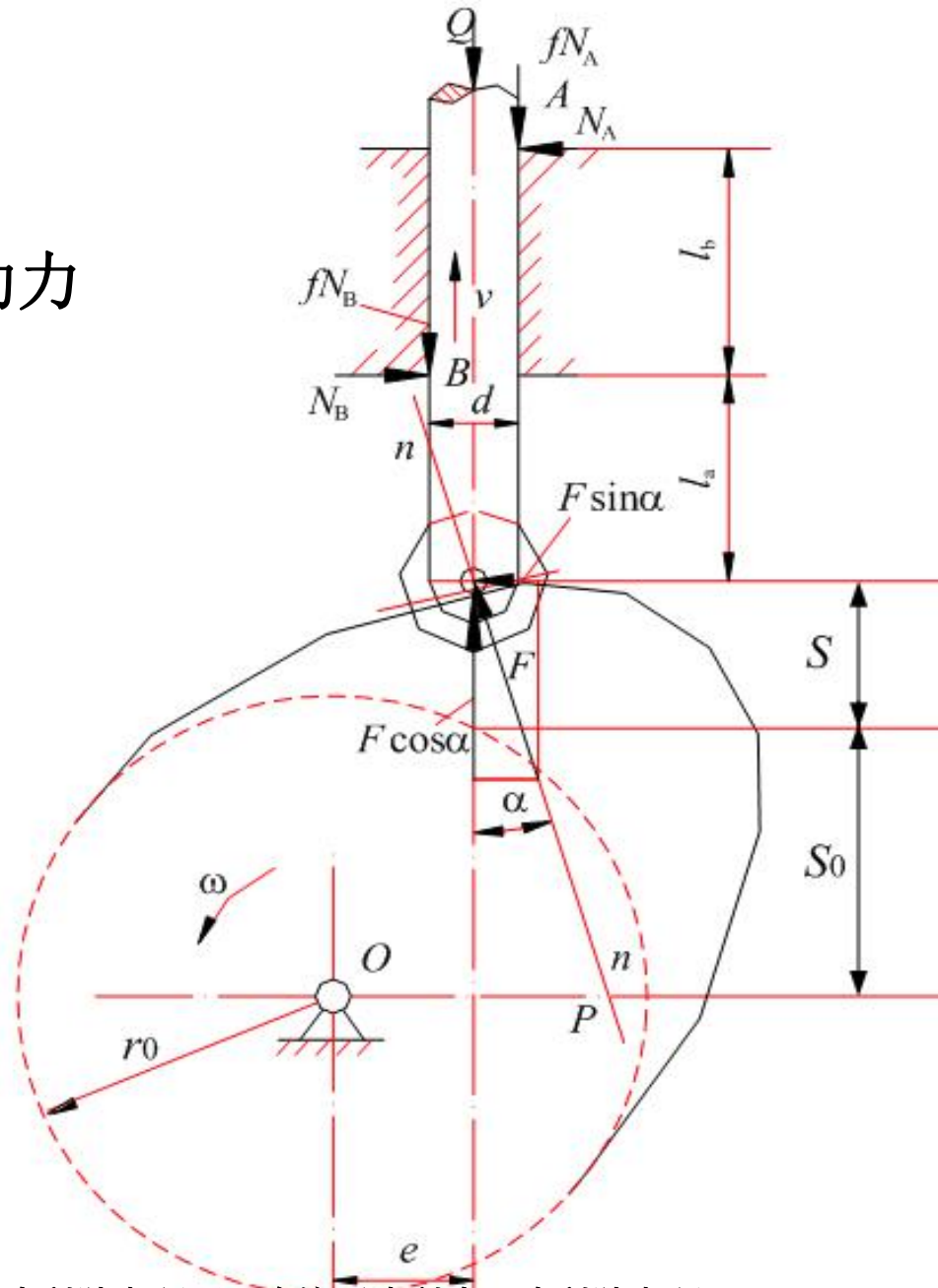
Q —— 载荷

F —— 凸轮作用于从动件的驱动力

$$\begin{aligned} F &\begin{cases} F' = F \cos \alpha & \text{有用分力} \\ F'' = F \sin \alpha & \text{有害分力} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\alpha \uparrow \quad F' \downarrow \quad F'' \uparrow$$

↓
机构传动不利！



- 当 α 大于某一数值，此时无论凸轮给从动件的驱动力多大，都不能推动从动件。——自锁

出现自锁的压力角 $\alpha_{\lim}$ ——极限压力角

$$\frac{F}{Q} = \frac{1}{\cos \alpha - f\left(\frac{2l_a + l_b}{l_b}\right) \sin \alpha}$$

$$\frac{F}{Q} = \infty \quad \longrightarrow \quad \cos \alpha_{\lim} - f\left(\frac{2l_a + l_b}{l_b}\right) \sin \alpha_{\lim} = 0$$

$$\alpha_{\lim} = \arctg \frac{l_b}{f(2l_a + l_b)}$$

- 当 α 接近 $\alpha_{\lim}$ ，此时虽未自锁，但驱动力急剧增大，轮廓会严重磨损，所以规定 $[\alpha]$ 。——许用压力角 ($[\alpha] < \alpha_{\lim}$)

对于推程：

$$[\alpha] = \begin{cases} 30^\circ \sim 38^\circ & \text{直动从动件} \\ 40^\circ \sim 50^\circ & \text{摆动从动件} \end{cases}$$

对于回程：

$$[\alpha]' = 70^\circ \sim 80^\circ$$

3、凸轮基圆半径的确定

点 **P** 为凸轮与推杆之间的速度瞬心，
根据瞬心法得到：

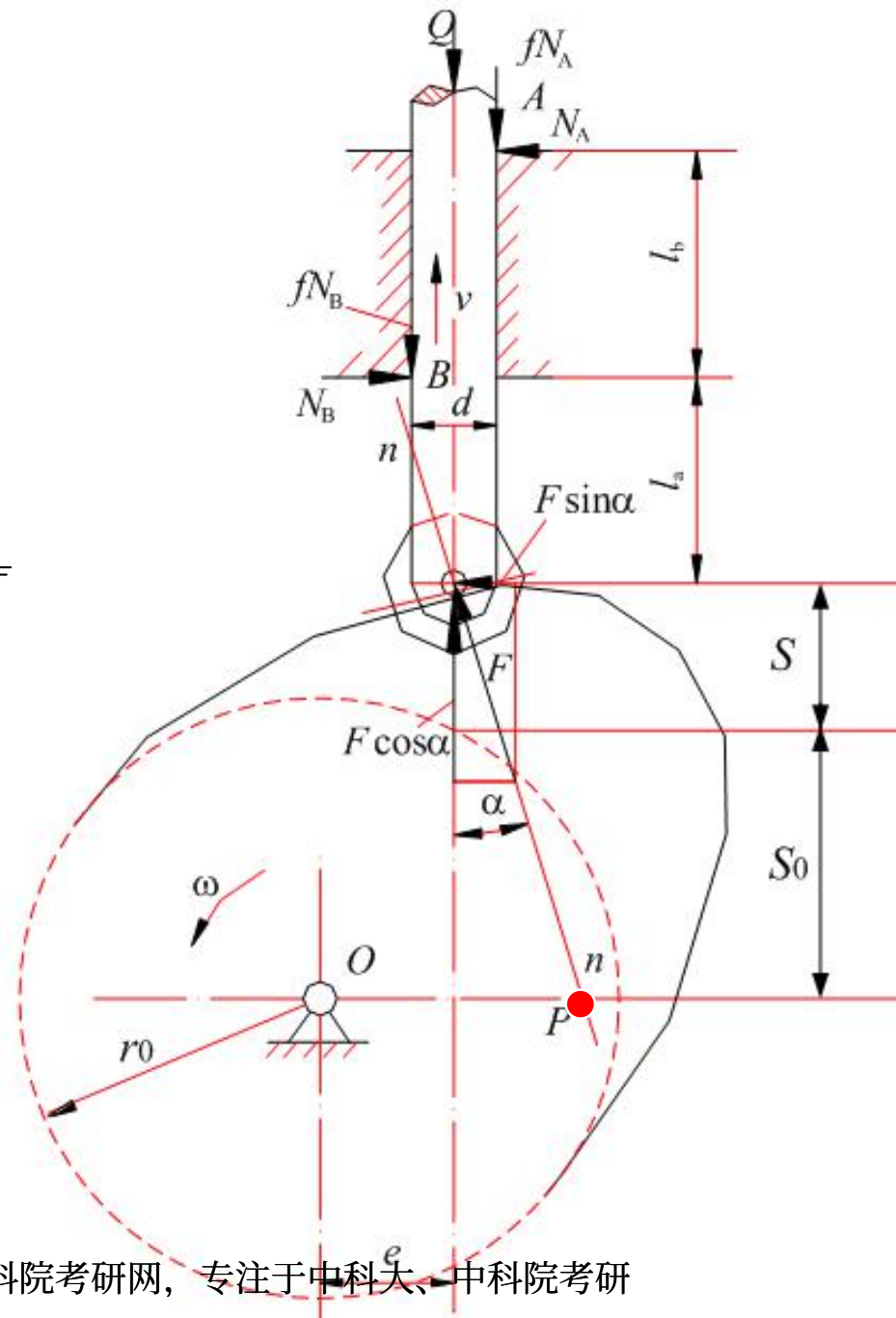
$$l_{OP} = \frac{v}{\omega} = \frac{ds / dt}{d\varphi / dt} = \frac{ds}{d\varphi}$$

$$\tan \alpha = \frac{|l_{OP} - \eta \delta e|}{S + S_0} = \frac{\left| \frac{ds}{d\varphi} - \eta \delta e \right|}{S + S_0} = \frac{\left| \frac{ds}{d\varphi} - \eta \delta e \right|}{S + \sqrt{r_0^2 - e^2}}$$

$$\eta \text{—— 转向系数} \begin{cases} 1 & \text{— 顺} \\ -1 & \text{— 逆} \end{cases}$$

$$\delta \text{—— 从动件偏置方向系数} \begin{cases} 1 & \text{— 导路偏于左} \\ -1 & \text{— 导路偏于右} \\ 0 & \text{— 对心} \end{cases}$$

$$\alpha = \arctg \frac{\left| \frac{ds}{d\varphi} - \eta \delta e \right|}{S + \sqrt{r_0^2 - e^2}}$$



$$\eta\delta = \begin{cases} 1, & \text{正配置} \\ -1, & \text{负配置} \end{cases} \quad ds/d\varphi \begin{cases} >0, & \text{推程为正} \\ <0, & \text{回程为负} \end{cases}$$

$$\alpha = \arctg \frac{\left| \frac{ds}{d\varphi} - \eta\delta e \right|}{S + \sqrt{r_0^2 - e^2}}$$

$$r_0 = \sqrt{\left(\frac{\left| \frac{ds}{d\varphi} - e \right|}{\tan \alpha} - S \right)^2 + e^2}$$

讨论：

$$1、\begin{cases} \text{凸轮机构按正配置：} \\ \text{凸轮机构按负配置：} \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} \text{推程：} & ds/d\varphi > 0, & \eta\delta e > 0, & S & \uparrow & \downarrow \\ \text{回程：} & ds/d\varphi < 0, & \eta\delta e > 0, & S & \downarrow & \uparrow \end{cases} \\ \begin{cases} \text{推程：} & ds/d\varphi > 0, & \eta\delta e < 0, & S & \uparrow & \alpha \uparrow \\ \text{回程：} & ds/d\varphi < 0, & \eta\delta e < 0, & S & \downarrow & \downarrow \end{cases} \end{cases}$$

2、 $\eta\delta, e, S(\varphi)$ 一定时： $r_0 \downarrow \longrightarrow \alpha_0 \uparrow$

r_0 越小,机构越紧凑,所以在保证 $\alpha_{\max} < [\alpha]$ 条件下,

基圆半径尽可能小。

$$r_0 \geq \sqrt{[|ds/d\delta - e|/\tan[\alpha] - s]^2 + e^2}$$

实际设计：

根据结构等需要先定一个 r_0 值，
初选 $r_0=(1.6\sim 2)d$ ， d 为凸轮轴的直径；

再检查 $\alpha_{max} \leq [\alpha]$ ；

若不满足，增大 r_0 ，再设计。

5.3.7 Radius of Curvature (曲率半径)

凸轮轮廓的曲率影响到凸轮能否正常工作。



滚子半径 r_r 的选择

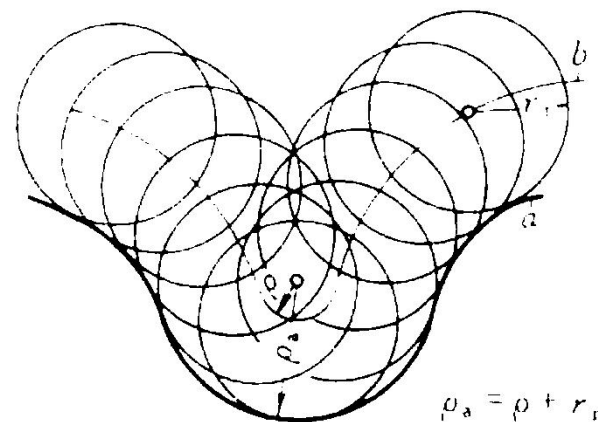
ρ —— 理论廓线的曲率半径

ρ_α —— 实际廓线的曲率半径

(1) 理论廓线内凹：

$$\rho_\alpha = \rho + r_r$$

不管 r_r 大小，实际廓线可求且光滑。

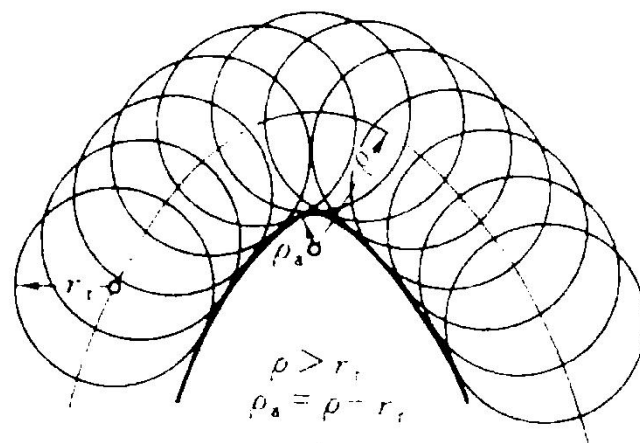


(2) 理论廓线外凸：

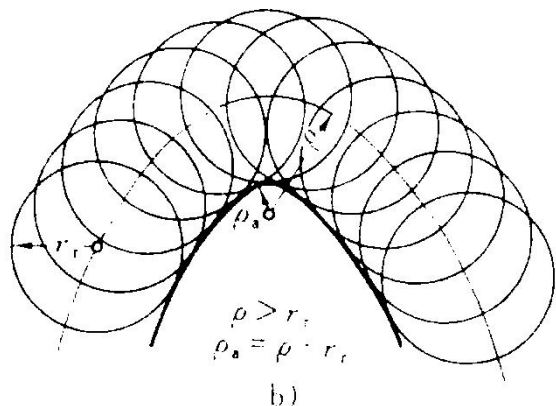
$$\rho_\alpha = \rho - r_r$$

分三种情况：

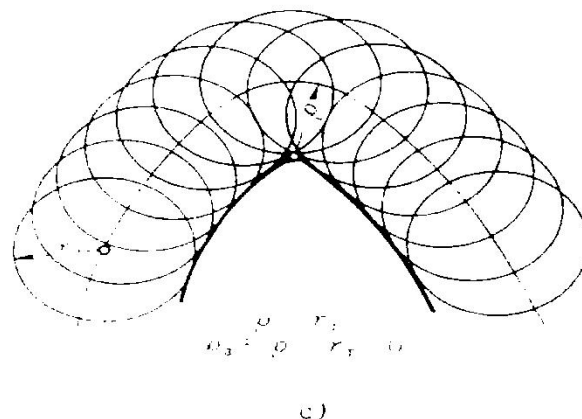
- 可求
- 不实用
- 运动失真



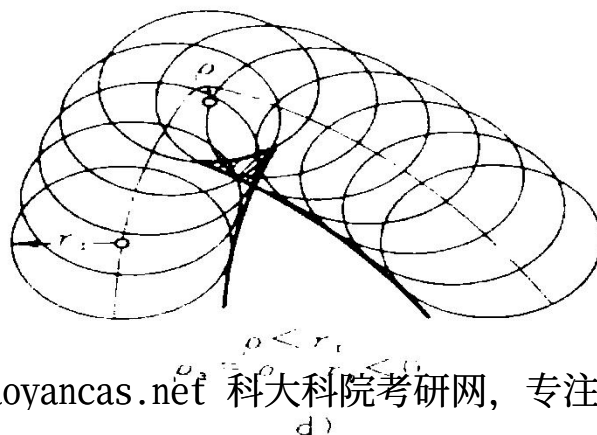
若 $\rho > r_r$ ，则 $\rho_\alpha > 0$ ，
实际廓线可求；



若 $\rho = r_r$ ，则 $\rho_\alpha = 0$ ，
实际廓线出现尖点；
极易磨损，不宜使用。



若 $\rho < r_r$ ，则 $\rho_\alpha < 0$ ，实际廓线交叉；
加工时交叉部分被切去，出现运动失真现象。



综上所述：滚子半径必须小于理论轮廓曲线外凸部分的最小曲率半径： $\rho_{\min}$

建议： $r_r \leq 0.8\rho_{\min}$

实际设计时：初选 $r_r=(0.1\sim0.5)r_0$ 。

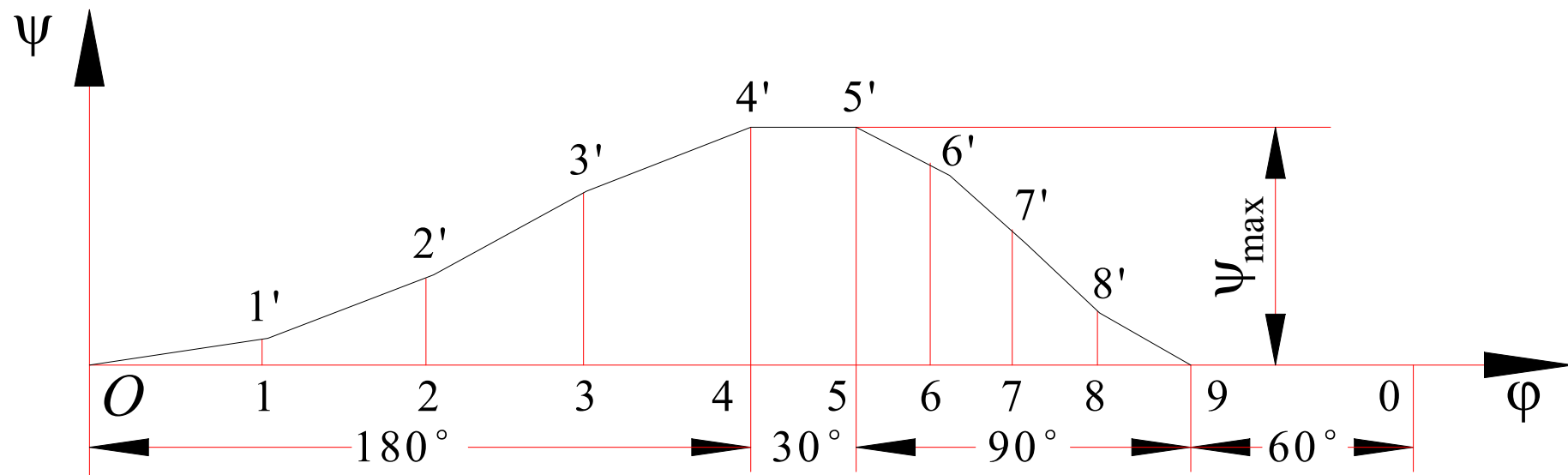
5.4 Plate Cam with Oscillating Roller Follower 摆动从动件盘形凸轮机构

Given : ω 转向, r_0 , a , l , $\psi_{\max}$, $\phi-\psi$

Design the cam contour.

一、摆动从动件盘状凸轮

已知： ω 转向， r_0 ， a ， l ， $\psi_{\max}$ ， $\psi - \phi$



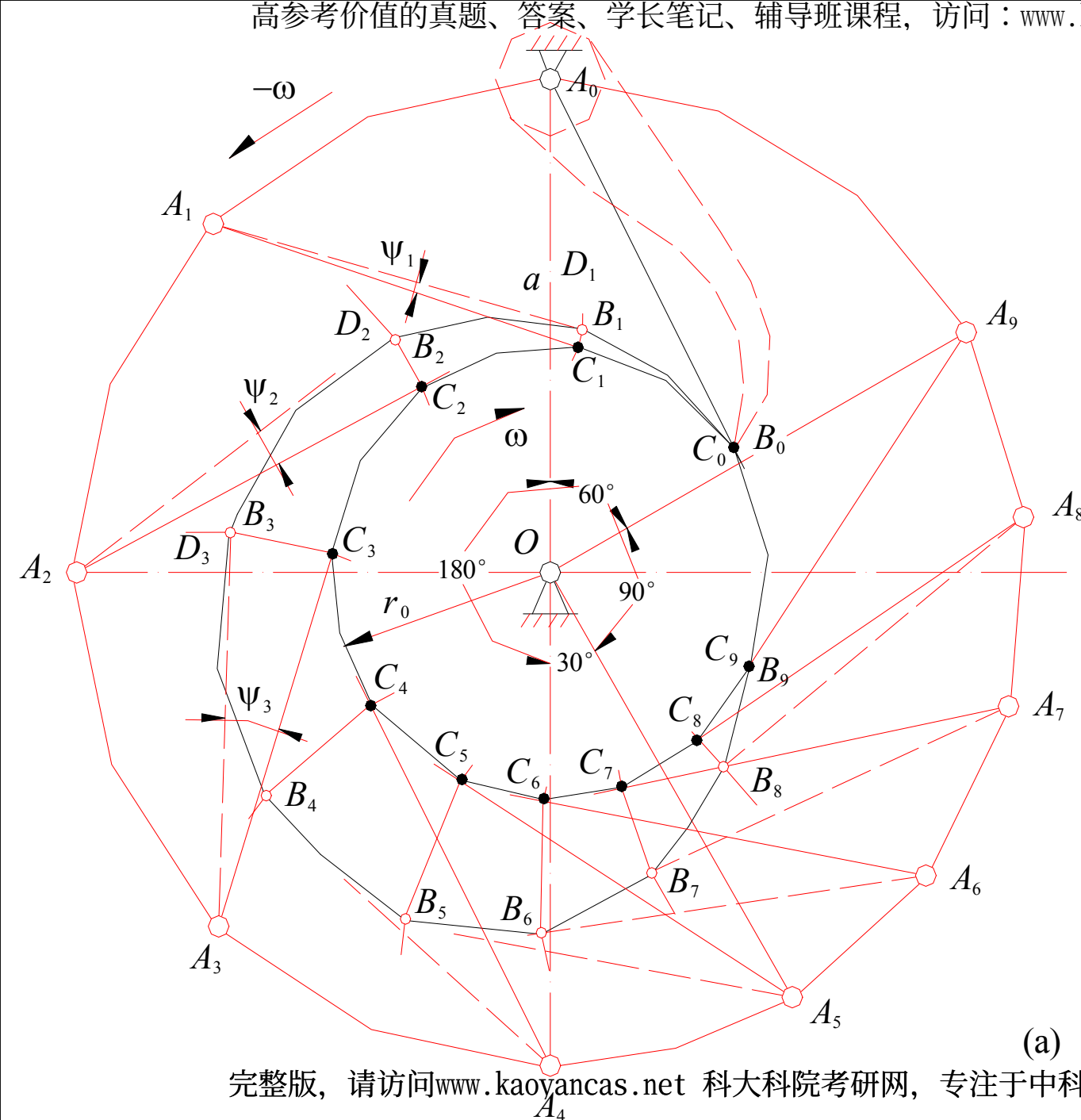
将 $S-\phi$ 运动图做等分

1、作基圆、反转圆和摆杆的初始位置 $C_0(B_0)$ 。

2、在反转圆上从 OA 起等分角度，得到 $A_1、A_2...A_9$ 。它们为反转后从动件回转轴心的位置。

3、以分点 A_i 为圆心， l 为半径，与基圆交于 C_1 、 C_2 、... C_9 ；从 A_iC_i 向外量取从动件摆角 ψ_1 、 ψ_2 ...，得到 B_1 、 B_2 、... B_9 。

4、将 B_0 、 B_1 、 B_2 、 B_3 各点连成光滑曲线。



(a)

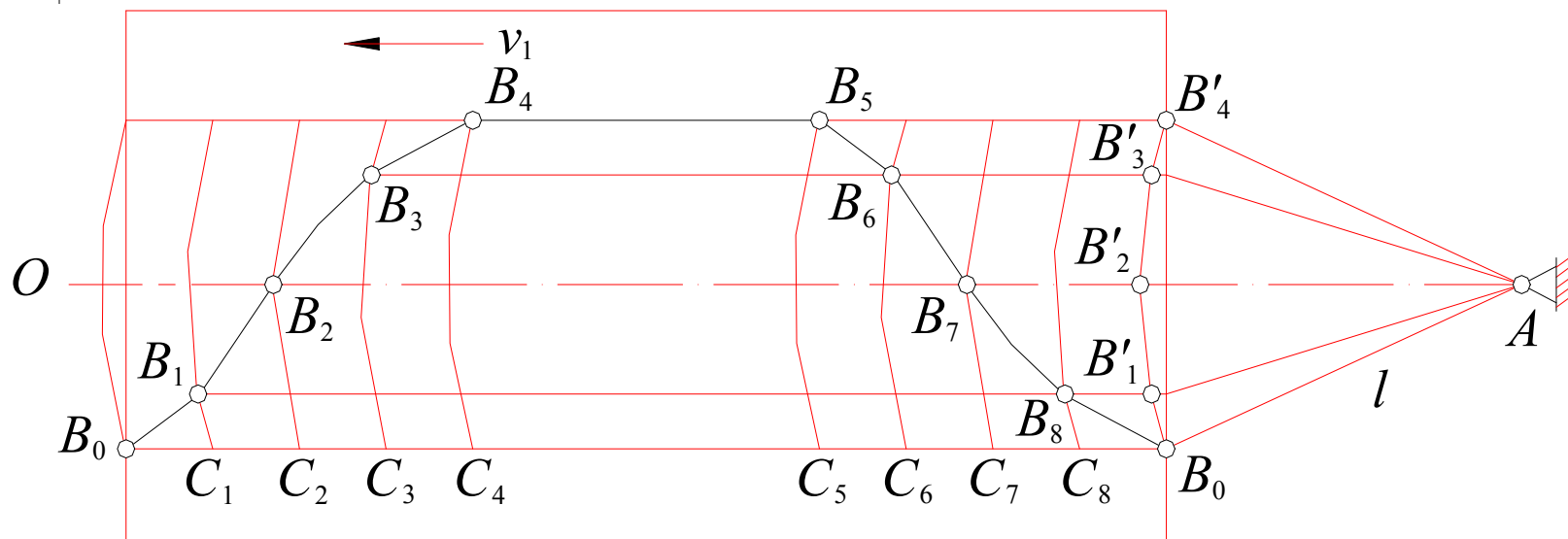
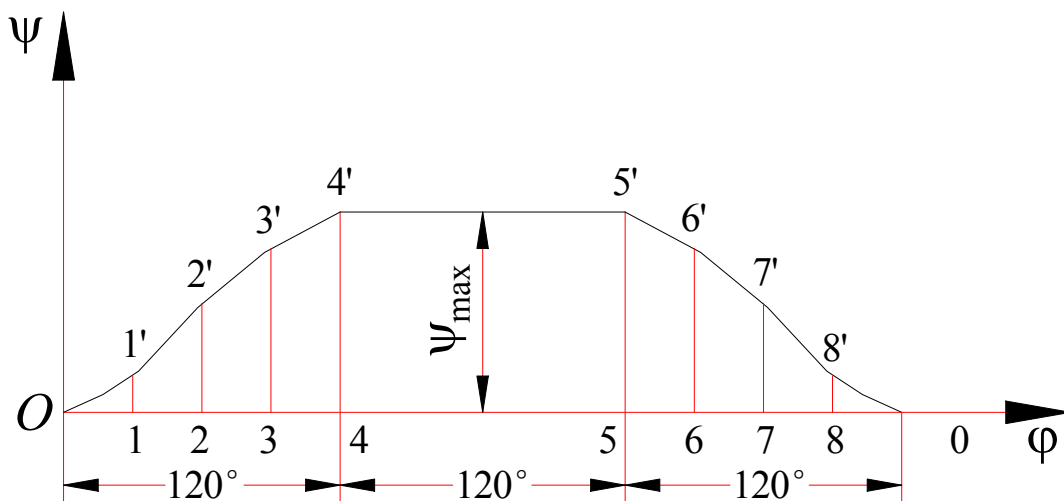
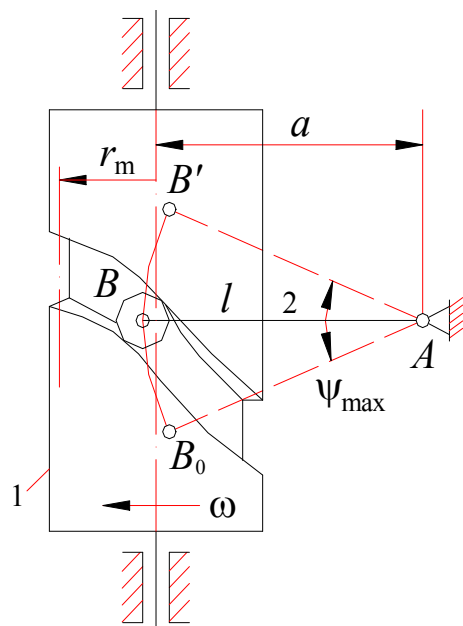
滚子从动件：

若在上述摆杆的尖底**B**处要加一个半径为 r_r 的滚子，则上述所得的凸轮廓线就是滚子从动件盘状凸轮的理论廓线。然后，以理论廓线上的点为圆心，滚子半径 r_r 为半径，作出一系列的滚子圆，再作这些滚子圆簇的包络线，即得凸轮的实际廓线。

平底从动件：

过理论廓线上的点作出一系列的平底，再作这些直线簇的包络线，即得凸轮的实际廓线。

二、摆动从动件圆柱凸轮



Attentions (this chapter)

Classification of cam

Follower motion curves

How to design the pitch curve and cam contour

Homework

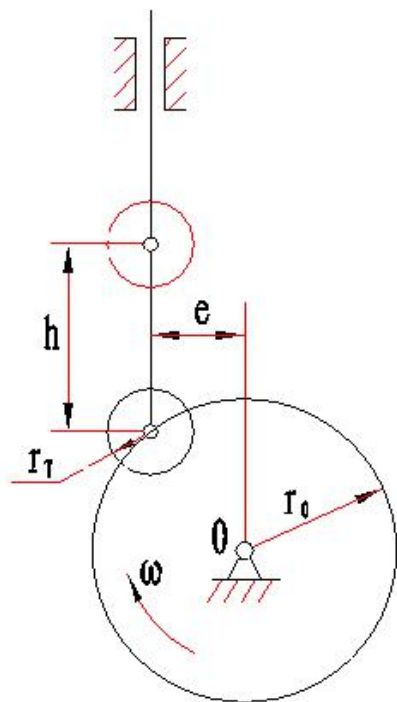
Read book p72-91.

Exercise P103:5-9

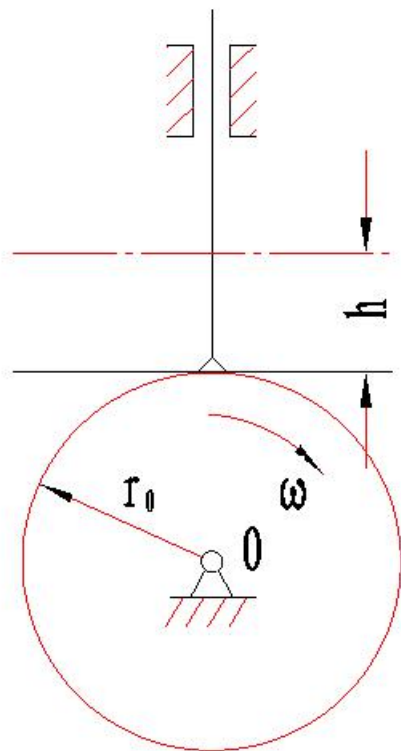
复习思考题

- 1、 连杆机构和凸轮机构在组成方面有何不同，各有什么优缺点？
- 2、 凸轮机构中，刚性冲击是指什么？举出一种存在刚性冲击的运动规律。
- 3、 凸轮机构中，柔性冲击是指什么？举出一个具有柔性冲击的从动件常用运动规律。
- 4、 何谓凸轮的理论轮廓与实际轮廓？
- 5、 凸轮机构中的力锁合与几何锁合各有什么优缺点？
- 6、 为什么不能为了机构紧凑，而任意减小盘形凸轮的基圆半径？
- 7、 设计滚子从动件盘形凸轮机构时，如实际轮廓上出现尖点，将可能出现什么后果？面对这一实际结果，设计上应如何加以处理？

2、设计一偏置直动滚子从动件盘形凸轮机构，凸轮回转方向及从动件初始位置如图所示。已知偏距 $e=10\text{mm}$ ，基圆半径 $r_0=40\text{mm}$ ，滚子半径 $r_T=10\text{mm}$ ，从动件运动规律如下： $\Phi=150^\circ$ ， $\Phi_S=30^\circ$ ， $\Phi'=120^\circ$ ， $\Phi'_S=60^\circ$ ，从动件在推程以简谐运动规律上升，行程 $h=20\text{mm}$ ；回程以等加速等减速运动规律返回原处，试绘出从动件位移线图及凸轮轮廓曲线。



3、设计一平底直动从动件盘形凸轮机构，凸轮回转方向及从动件初始位置如图所示。已知基圆半径 $r_0=60\text{mm}$ ，行程 $h=20\text{mm}$ ， $\Phi=150^\circ$ ， $\Phi_s=30^\circ$ ， $\Phi'=120^\circ$ ， $\Phi'_s=60^\circ$ ，从动件在推程以简谐运动规律上升，回程以等加速等减速运动规律返回原处，试绘出该机构凸轮轮廓曲线并决定从动件底面应有的长度。



4、设计一平底摆动从动件盘形凸轮机构，凸轮回转方向和从动件初始位置如图所示。已知 $l_{OA}=75$ ， $r_0=30\text{mm}$ ，从动件运动规律如下： $\Phi=180^\circ$ ， $\Phi_s=0^\circ$ ， $\Phi'=180^\circ$ ， $\Phi'_s=0^\circ$ ，从动件推程以简谐运动规律顺时针摆动， $\psi_{\max}=15^\circ$ ；回程以等加速等减速运动规律返回原处。试绘出凸轮轮廓曲线并确定从动件的长度。

