

中国科学院 & 中国科学技术大学

2004 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

试题名称：

概率统计

一 (20 分)

(1) 0.253; (2) 0.055

二 (15 分)

$$f_Z(z) = \begin{cases} 0, & \text{其它} \\ \frac{1-z}{2}, & 0 < z \leq 1 \\ \frac{1}{2}, & -1 < z \leq 0 \\ 1 + \frac{z}{2}, & -2 < z \leq -1 \end{cases}$$

三 (30 分)

(1) $EY = \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}}, \text{Var}(Y) = \sigma^2(1 - \frac{2}{\pi})$

(2) 因 $\text{COV}(X, Y) = E(XY) - (EX)(EY) = 0$, 故 X 与 Y 不相关。

(3) X 与 Y 不独立, 因为 $E(X^2Y^2) \neq (EX^2)(EY^2)$ 。

四 (35 分)

(1) $\hat{\mu} = \bar{X} - 1$;

(2) $\mu^* = X_{(1)}, E\mu^* = \mu + \frac{1}{n}$, 有偏, 修正为 $\tilde{\mu} = X_{(1)} - \frac{1}{n}$

(3) $\text{Var}(\hat{\mu}) = \frac{1}{n}, \text{Var}(\tilde{\mu}) = \frac{1}{n^2}$, 后者为优。

五 (25 分)

(1) 0.0075; (2) 1073.36 小时

六 (25 分)

(1) 甲矿高于乙矿; (2) 甲矿未必高于乙矿。