

## 2007 年硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：概率论与数理统计

使用单位：中国科学技术大学 中国科学院部分院所

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

1. (25 分) 一个人在口袋里放 2 盒火柴，每盒  $n$  支，每次抽烟时从口袋中随机拿出一盒并用掉一支，到某次他迟早会发现：取出的那一盒已空了。问：“这时另一盒中恰好有  $m$  支火柴”的概率是多少？

2. (20 分) 是否有二元随机向量  $(X, Y)$ ，使得：  $X$  与  $Y$  不相等，均为标准正态随机变量，但  $(X, Y)$  不是二元正态随机变量？证明或举例说明你的结论。

3. (20 分) 设  $X_1, X_2$  独立同分布，都只取正值。证明： $E\left(\frac{X_1}{X_2}\right) \geq 1$ ，等号当且仅当  $X_1, X_2$  只取一个值时成立。

4. (15 分) 设  $\{X_n\}$  是一随机变量序列，对任给的  $n > 1$ ， $X_n$  只可能依赖于  $X_{n-1}$  与  $X_{n+1}$ ，而与所有其它的  $X_k$  都独立。证明：若  $\sup_n Var(X_n) < C < \infty$ ，则对任给  $\varepsilon > 0$  有

完整版，请访问[www.kaoyancas.net](http://www.kaoyancas.net) 科大科院考研网